

A MEDIDA DA CIRCUNFERÊNCIA TERRESTRE DESTE HOMERO ATÉ A ERA ESPACIAL.

Autores:

Ruíz Bustos, M. & Ruíz Morales, M.

Ministerio de Fomento

Instituto Geografico Nacional - Espanha

Tradução e ampliação:

Iran Carlos Stalliviere Corrêa

Departamento de Geodésia - Instituto de Geociências - UFRGS

Introdução

Homero de Esmirna (século IX a.C.) descreve, em sua *Iliada*, uma das primeiras descrições sinópticas do mundo habitado, ao conceber que o mesmo era uma imensa ilha cercada de água. Em sua obra ainda descreve os quatro pontos cardiais associados aos ventos: Boreal (Norte), Euro (Sul), Noto (Este) e Céfiro (Oeste).



Concepção do Mundo por Homero

Os antigos gregos já imaginavam que a Terra fosse esférica, tendo sido determinado, várias vezes, o comprimento da circunferência máxima, antes da conhecida medição efetuada por **Erastóstenes de Cirene** (276 a 194 a.C.). Os geógrafos árabes continuaram com essa tradição chegando inclusive a propor novos métodos, como o proposto por **Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni** (973 a 1048) do Califado de Bagdá. Sem contar com a obscuridade da Idade Média, na qual se chegou a questionar a esfericidade terrestre, se realizaram vários intentos de medir o raio da esfera, com resultados demasiadamente diferentes. A criação da **Academia de Ciências** francesa tratou de evitar essa ambigüidade, encarregando **Jean Picard** (1620 a 1682) a realizar a primeira determinação rigorosa do raio da Terra. A prolongação do arco de meridiano, utilizado pelo francês entre Amiens-Malvoisine, evidenciou a variabilidade da curvatura terrestre, comprovando, a partir das expedições científicas a Lapônia e

ao Vice-reinado do Peru, que o modelo esférico deveria ser substituído por outro elipsoidal, com achatamento polar, tal como havia preconizado **Issac Newton** (1642 a 1727). Sucessivas medições do desenvolvimento de um grau em diferentes latitudes e a comparação entre todas elas confirmaram que o modelo matemático da Terra era um elipsóide de revolução, calculando-se seu semi-eixo maior e o achatamento, ainda que este não fosse possível determinar com a devida exatidão. No século XIX se inicia a questionar o modelo anterior, defendendo, tanto **Carl Friedrich Gauss** (1777 a 1855) como **Friedrich Robert Helmert** (1843 a 1917), que a forma real da Terra era a de uma das superfícies equipotenciais do seu campo gravitacional, precisamente a mais próxima ao nível médio do mar. Pouco tempo depois se usaria o termo **geóide** para se referir a dita superfície equipotencial. Medidas gravimétricas posteriores permitiram melhorar os modelos elipsoidais prévios, assim sucedeu com o modelo de **John Fillmore Hayford** (1868 a 1925), adotado como internacional em Madrid (1924), ou com o modelo de **Theodosy Nicolaievitch Krasovsky** (1878 a 1948). A chegada da geodésia espacial confirmou as determinações do semi-eixo equatorial, o valor preciso do achatamento e as discrepâncias entre o geóide, como superfície física real, e o elipsóide, como superfície matemática ideal, além de permitir obter, com grande exatidão, todos os termos que se originam do potencial da gravidade.

Alguns egiptólogos afirmam que a primeira medida do nosso planeta foi efetuada pelos egípcios no século XVI a.C. Entretanto, e ainda que hoje em dia se aceite que existam indícios para supor que os construtores da grande pirâmide de Gizé incorporaram informações geodésicas em suas dimensões, se admite que fosse **Pitágoras de Samos** (572 a 497 a.C.) e outros sábios de sua escola, os primeiros em afirmar que a Terra devia ser esférica, devido que o Sol e a Lua também o eram.

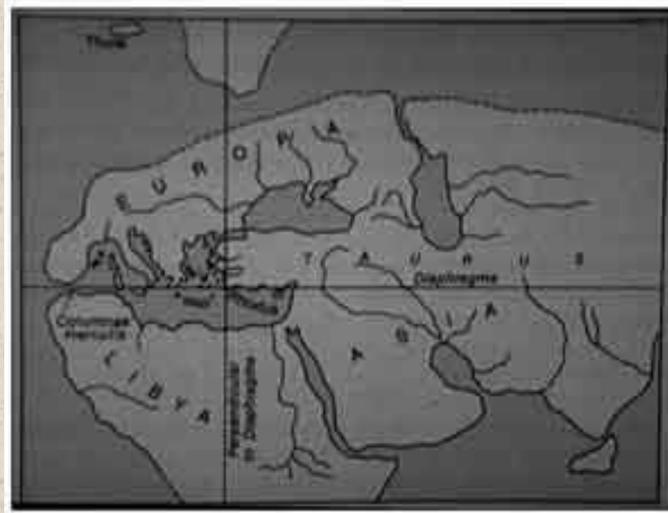


*Deus medindo o mundo. Ilustração de uma bíblia do século XIII.
Biblioteca Nacional de Viena (Codice 2554)*

Certamente, de **Pitágoras** a **Filolao de Tarento** (480 a ? a.C.) se sucedem, ao longo de um século, várias gerações de pitagóricos aos quais podemos assegurar que a eles se deve a afirmação de que a Terra é esférica. Não obstante, como se pode supor, as provas sobre a esfericidade da terra são mais remotas: o progressivo surgimento de objetos se elevando sobre o nível do mar, as variações de tempo na entrada do Sol e da Lua no círculo da obscuridade e refletido pela própria Terra nas eclipses lunares, são conhecidas desde muito tempo. Assim pensava também **Pitágoras**, que considerava a Terra também isolada no espaço, e **Parmênides de Eléia** (515 a 440 a.C.), a quem **Teofrasto de Eressos** (372 a 287 a.C.), lhe atribui o mérito de haver sido o primeiro defensor da teoria, por volta do ano 470 a.C. A partir de tais noções foi elaborando um verdadeiro sistema astronômico o qual foi dado a conhecer não somente por **Teofrasto** senão também por **Aristóteles de Estagira** (384 a 322 a.C.). Da profundidade e rigorosidade das argumentações efetuadas por este último, pode ser mostrada sua recusa na afirmação que negava a esfericidade da Terra: aos que asseguravam que se a Terra fosse esférica, a linha que ocupa parcialmente o Sol em seu nascer e ocaso deveria ser circular e não aparecer como uma reta. No segundo livro **De Caelo**, este dizia que se havia que ter em conta a distância entre a Terra e o Sol, assim como as dimensões da circunferência terrestre que ele determinou como sendo de 400.000 estádios (um estádio correspondia a cerca de 190m). **Aristóteles** não duvidou por tanto da esfericidade terrestre, que já considerava como algo natural e que provou com observações, tais como: a sombra da Terra sobre a Lua, durante seus eclipses, é invariavelmente circular, da mesma forma pode ser comprovada através do pólo celeste, que alcança maior altura sobre o horizonte à medida que à medida que nos deslocarmos de Sul para o Norte.

Dentre todos os sábios peripatéticos se sobressai **Dicearco de Mesana** (350 a 290 a.C.) considerado como um dos mais importantes geógrafos gregos. Em sua obra, o autor descreve o ecumêne e o dimensiona em 60.000 estádios de Este a Oeste e 40.000 estádios de Norte a Sul. Devido à dificuldade presente em transformar estas medidas em unidades atuais, se pode e se deve afirmar que são menos aproximadas que as obtidas no século seguinte por **Erastóstenes**. A **Dicearco** se atribui a medida do arco de meridiano compreendido entre Siena e Lysimachia, assim como a extrapolação para a circunferência terrestre em um total de 300.000 estádios. Este observou que no zênite de Lysimachia estava a cabeça da constelação do Dragão enquanto no zênite de Siena correspondia com a de Câncer. Como o arco determinado pelas duas constelações era de 1/15 da circunferência celeste, as verticais de ambas as cidades desenhariam, sobre a superfície terrestre, um arco de idêntica amplitude. Dado que a distância entre ambas as cidades se estimava em 20.000 estádios, resultava para a totalidade da circunferência um comprimento de 300.000 estádios. **Dicearco** fez também uma descrição geral da Terra e realizou um estudo sobre a altura dos montes do

Peloponeso e da Grécia, o qual resulta muito significativo em vista dos escassos interesses mostrados pelos antigos no conhecimento do relevo terrestre.

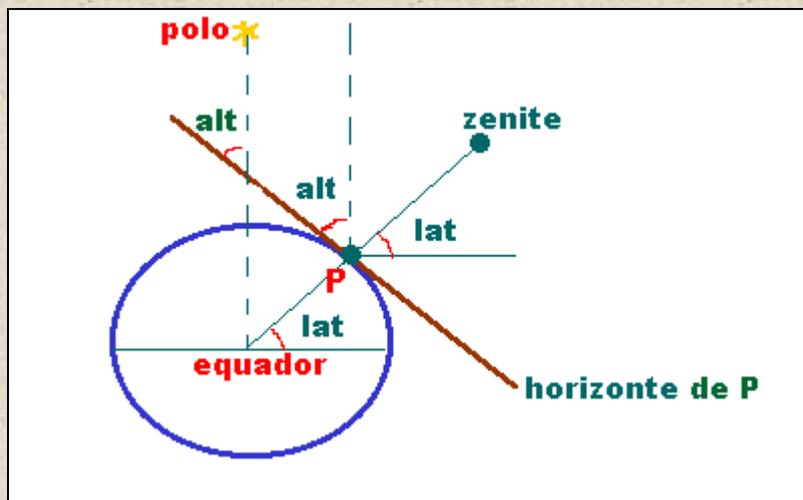


Mapa Mundi de Dicearco

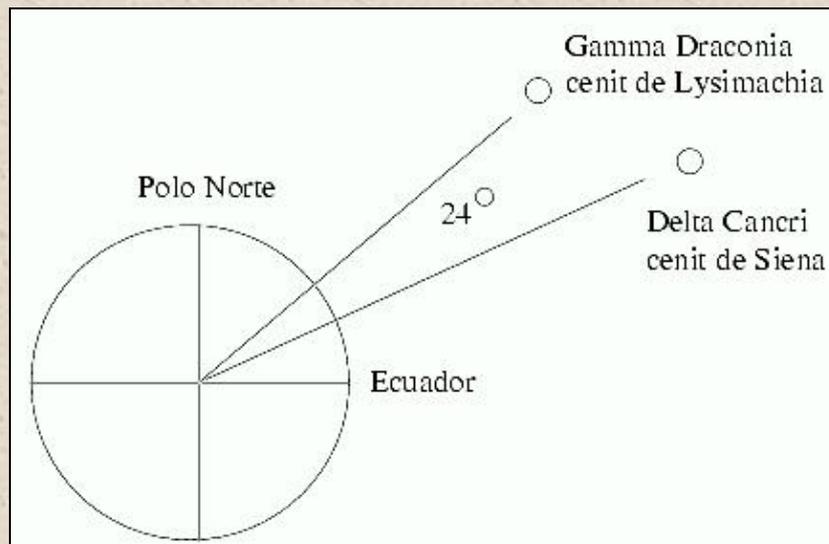
Criada a biblioteca de Alexandria por **Ptolomeu I**, aconselhado por **Demétrio de Falero** (350 a 280 a.C.), discípulo de **Teofrasto**, e sendo já a esfericidade da Terra um fato quase incontestável, surgiu pronto, como meta de seus filósofos, o cálculo rigoroso de suas dimensões. Um representante muito qualificado da escola alexandrina foi o grande **Erastóstenes**, reconhecido universalmente como fundador da Geodésia e também da Cartografia, junto com **Hiparco de Nicéia** (194 a 120 a.C.) e **Ptolomeu** (85 a 165 d.C.). **Erastóstenes** foi realmente polifacético, pois brilhou tanto nas letras: historiador, poeta e gramático (filólogo), como nas ciências: matemático, astrônomo e geodesta (filósofo), sendo ainda um bom atleta. Sua determinação do raio da Terra dada a conhecer por **Cleómedes**, foi um progresso notável em relação aos intentos levados a cabo anteriormente. É sabido que uma vez eleita Alexandria e Siena, que considerava estar ambas no mesmo meridiano, se limitou a comparar o valor angular do referido arco com o desenvolvimento correspondente, já conhecido pelos agrimensores egípcios. O valor angular, diferença de latitudes, foi obtido usando-se um gnomon semi-esférico em Alexandria já que, ao realizar a observação solar ao meio dia, correspondente ao solstício de verão; não havia sombra em Siena, por encontrar-se esta no trópico de Câncer. Assim obteve, para a distância zenital do Sol, um valor próximo aos $7^{\circ}12'$, equivalentes a $1/50$ da circunferência. Como a medida dos agrimensores estabelecia a cifra de 5.000 estádios, deduziu, para o comprimento da circunferência terrestre, um valor de 250.000 estádios, ainda que a primeira vista devesse dar 252.000 estádios, a fim de que fosse divisível por 360° , desse modo corresponderia, a cada grau 700 estádios. Independentemente da aproximação do resultado, o mais extraordinário, na medida de **Erastóstenes**, foi o método utilizado e que é descrito em sua obra "**Medida da Terra**" e que tem sido aplicado de modo ininterrupto até nossos dias.



Reconstrução da Sala Principal da Biblioteca de Alexandria

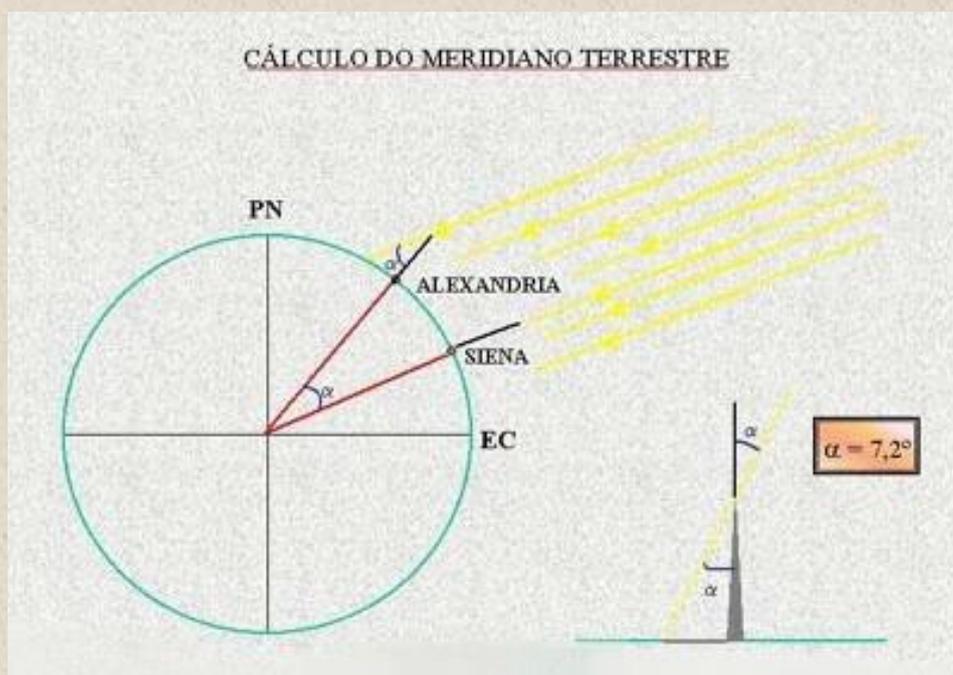


A latitude como altura do pólo.

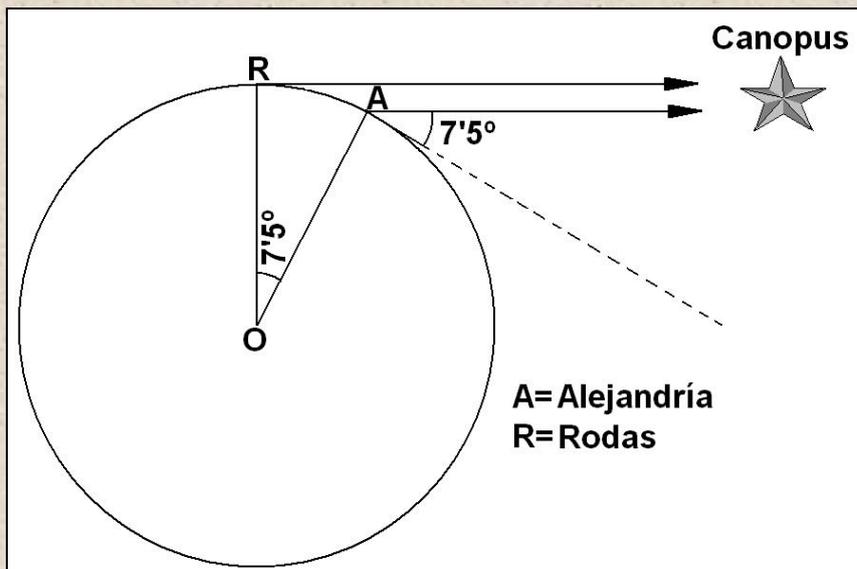


Medida de Didearco (350 a 290 a.C.) para a circunferência terrestre – 300.000 estádios

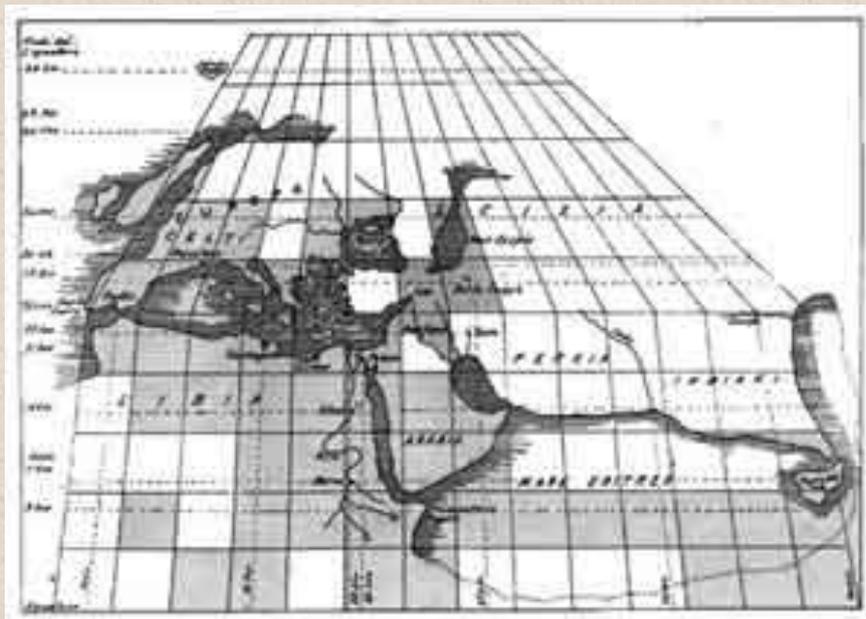
Posidônio de Apamea (135 a 50 a.C.) foi outro dos grandes geógrafos da época que se preocupou em calcular o comprimento da circunferência terrestre, mediante sua medição, ainda que esta tenha sido muito problemática, conseguindo um valor de 180.000 estádios. Acredita-se que **Posidônio** tenha se baseado no arco de meridiano de Rodas e Alexandria (trajeto marítimo), o qual estimou em 1/48 do meridiano, supondo que a distância entre as duas cidades era de 5.000 estádios, resultaria, para a circunferência da terra um comprimento de 240.000 estádios, o qual se transformaria em 180.000 se os 5.000 estádios se reduzissem a 3.750, uma cifra que foi logo aceita, tanto por **Marino de Tiro** como por **Ptolomeu**. Esta desafortunada redução alterou substancialmente as dimensões relativas do ecumêne e inclusive a própria história da geografia, isto é, como representação da Terra; posto que este erro de subestimar as dimensões do planeta, se transmitiu durante muitos séculos até chegar ao Renascimento. A partir de então as questões relacionadas com a geodésia e a cartografia continuaram presentes, sobretudo, nos autores que escreviam em grego. Assim sucedeu com **Marino de Tiro** no início do Século II, este, revendo os antigos trabalhos de **Erastóstenes** e de **Posidônio**, conseguiu, com isso, elaborar seu próprio mapa, sobre o qual incluiu o caneva dos meridianos e dos paralelos. Na obra de **Marino de Tiro**, descoberta e criticada por **Ptolomeu**, o mesmo supõe que a circunferência terrestre tenha 180.000 estádios. O autor realmente dizia que cada uma das 360 partes da circunferência, equivalia a 500 estádios.



A medida de Erastóstenes (275 a 195 a. C.) para a circunferência terrestre – 250.000 estádios



Medida de Posidônio (130 a 50 a. C.) para a circunferência terrestre – 180.000 estádios



Reconstrução do Mapa de Marino de Tiro

Coincidindo com o apogeu do império romano e com o mandato de **Marco Aurélio**, aparece a obra de **Ptolomeu**, em cuja **Composição Matemática** (Almagesto para os árabes), além de figurar a estrutura geocêntrica do Universo, inclui a situação da Terra com suas latitudes (livros I e II), a teoria do Sol e da Lua, especificando suas dimensões e as da Terra (livros III e IV). Nos quatro livros do **Almagesto**, não só registra as contribuições de seus predecessores se não também inclui as próprias: demonstra a esfericidade da Terra e emprega a Trigonometria esférica. Ainda no **Almagesto** escreveu sua Geografia, também fundamental nas Ciências da Terra, perdurando seus conceitos desde então até a entrada do Renascimento. No primeiro dos oito livros, de que constam, tratam dos princípios da Geografia Matemática, expondo as generalidades correspondentes às

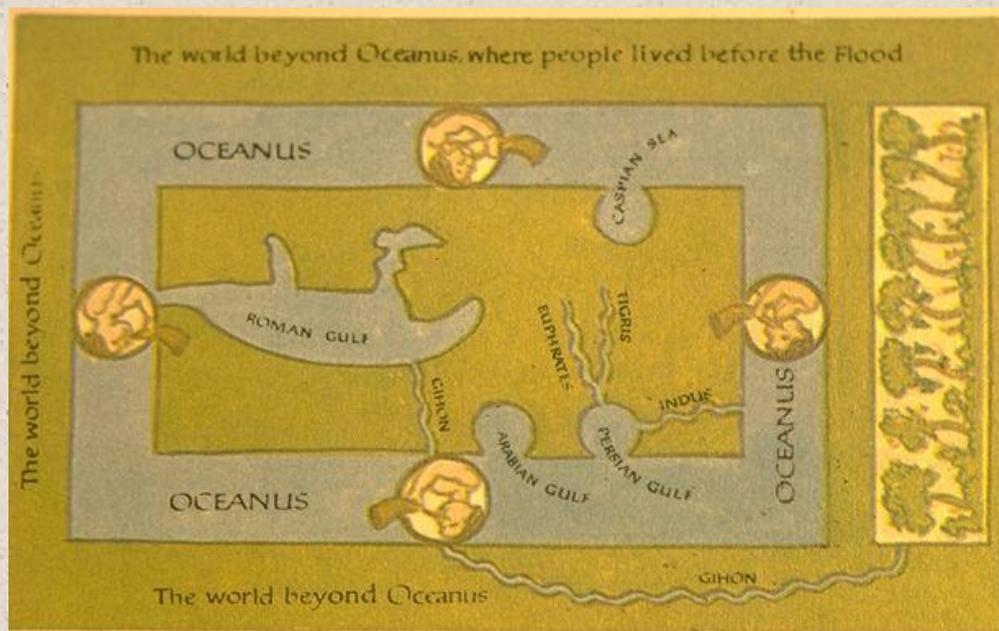
dimensões da Terra e a metodologia cartográfica necessária para sua representação; nos demais livros aparecem (quase com exclusividade) listados, em torno de oito mil locais, classificados por regiões e identificados por suas coordenadas geográficas: latitude e longitude. **Ptolomeu** pode ser considerado, com toda razão, como o fundador da **Ciência Geográfica**, mesmo que algumas de suas afirmações, ainda que erradas, se mantiveram até o século passado. Ele foi o primeiro a falar de longitudes, em termos análogos aos atuais, e foi também o primeiro a introduzir certa simbologia na representação cartográfica, antecedente direto dos símbolos convencionais. A contribuição geográfica de **Claudio Ptolomeu** pode ser considerada, em resumo, como a última e a mais importante do mundo antigo.



Parte do Almagesto

Depois do grande sábio alexandrino, o progresso das ciências geográficas sofreu certa estagnação, pois os romanos, ainda que tenham herdado dos gregos, que ensinavam nas escolas de Rodas e Alexandria, sua aficção pelos mapas, não trouxeram a este campo nada de sobressalente. A situação se agravou com a destruição da grande **Biblioteca de Alexandria** e com a invasão dos bárbaros. Especial menção merece ser feita a singularidade do império bizantino, por ter este marcado caráter confessional que adquiriu seu estado, e pela concepção errônea do mundo, a qual foi adotada por aqueles primitivos cristãos frente à tradição grega. Indubitavelmente o fato de que a **Bíblia**, como livro básico da fé e da sabedoria, fosse o fundamento de todo o desenvolvimento espiritual, teve conseqüências negativas e perduráveis. Com tal critério, somente se aceitava as teorias clássicas que não contradissem o texto bíblico, de maneira que, toda a

produção geográfica sofria de tais limitações, como a conhecida obra de “**Cosmas Indicopleustes**”, monge e viajante, que ao redor do ano de 547 escreveu sua “**Topografia Cristã**”. Sobre a mesma, o autor afirma que a Terra é plana e que são acusados de hereges os infiéis que defendem a esfericidade terrestre. Sua ousadia chega ao extremo de pretender zombar deles, ao afirmar que “seria insensato crer que possam existir homens cujos pés estejam em cima da cabeça, lugares onde as coisa podem se suspender de baixo para cima, árvores que cresçam ao inverso ou chuva que caia subindo”.



“Cosmas Indicopleustes” – Mapa Plano do Mundo
Século VI da Topografia Cristã

Em clara contraposição com seus homólogos do Oriente, temos que situar a posição dos primeiros padres da Igreja Ocidental Medieval, já que estes, geralmente estavam de acordo com a esfericidade da Terra. Esse foi o caso de **São Isidoro de Sevilha** (570 a 636), considerado como o geógrafo mais universal e fecundo de seu tempo, devido a sua obra enciclopédica. Claramente defende a esfericidade do Universo e assegura que a esfera celeste está centrada na Terra e que tal esfera não tem princípio nem fim. Assim mesmo, em “**De astronomia sey natura rerum**”, emprega várias vezes a palavra **globo** ao referir-se a Lua ou aos planetas, referindo-se diretamente a esfera terrestre, quando cita que o oceano, estendido por toda a periferia do globo, banha quase todos os confines do mundo. As obras de **São Isidoro** chegaram servir de modelo e fonte para muitas outras, que compartilhavam da opinião sobre a forma da Terra. Ao bispo de Sevilha se deve a primeira representação medieval do mundo, até então conhecido, nela, e por motivações religiosas, referencia cada continente aos filhos de Noé: África a Cam, Asia a Sem e Europa a Jafet. É também conhecido o mundo encontrava-se rodeado pelo oceano mítico, figurando o Mediterrâneo como a parte inferior de um T, que separava Europa da África, enquanto que o traço superior simboliza o rio

Don, os mares Azov, Negro, Marmora e Egeo, para continuar com o rio Nilo; todos eles formavam a fronteira entre Asia e os outros dois continentes. A configuração deste mapa de São Isidoro, que mediatizou todas as representações cartográficas posteriores, fez com que durante muito tempo este fosse denominado, e a seus derivados, como mapas em **T**. Não obstante, a questão da esfericidade terrestre continuou a ser debatida durante muitos anos depois, assim **São Tomás de Aquino** (1227 a 1274), argumentava que a Terra devia ser esférica porque a posição das constelações dependia do lugar de observação. A forma da Terra foi tratada também por autores celebres como **Gautier de Metz** (Século XIII), **Johannes de Sacrobosco** (1195 a 1256), **Roger Bacon** (1220 a 1292), **Alberto Magno** (1200 a 1280) e muitos outros, Tendo sido excepcionais os trabalhos que opinavam a esfericidade ao negar a possível existência de antípodas.



*A Terra esférica e como centro da cosmografia de **Sacrobosco***

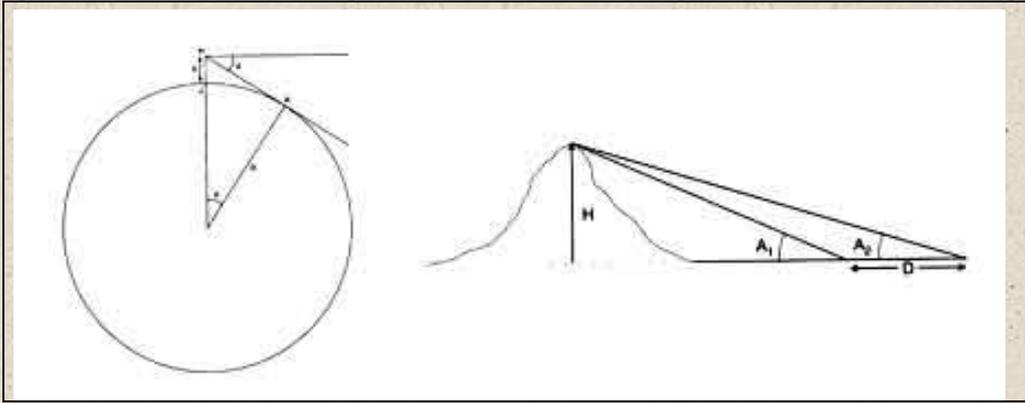


Mapa Cartográfico em "T"

A tradição geodésica grega, com suas medições da circunferência terrestre, foi continuada pelos sábios árabes do califado de Bagdá, os quais, apesar de

suposta a esfericidade terrestre, chegaram a introduzir novas metodologias em suas observações, graças às numerosas traduções efetuadas dos textos gregos e mais especialmente os de **Ptolomeu**. Também os moviam as recomendações do **Corão**, acerca da necessidade de observar o céu e a Terra para encontrar neles provas a favor de sua fé, em todo caso suas preocupações foram mais além do puro sentimento religioso ao intentar verificar e conseguir aperfeiçoar os valores do raio terrestre, dados indiretamente por **Erastóstenes** e **Ptolomeu**. Tudo indica que sob o mandato do califa **al-Ma'mun**, não só se calcularam as coordenadas geográficas de Meca, como também se realizaram várias medições de 1º de meridiano, entre os rios Tigre e Eufrates (deserto de Sinjar), para contrastar os cálculos efetuados pelos gregos. O desenvolvimento linear do arco foi medido mediante cordas devidamente alinhadas sobre o terreno, sensivelmente horizontais, sendo que a amplitude angular, provavelmente tenha sido determinada a partir da observação da diferença das alturas meridianas do Sol, nos dois extremos do arco, ou bem, através da diferença de alturas do Pólo sobre o horizonte de cada um deles. O valor assinalado do grau depende da fonte consultada, ainda que a cifra de 2/3 de milhas se baseia, aparentemente, nas primeiras medições efetuadas no século IX. Assim mesmo, aparece em várias obras árabes outras medições, provavelmente pre-islâmica, muito menos confiáveis (inclusive pela própria orografia do terreno) das realizada entre Tadmor e Raqqa (consideradas no mesmo meridiano), que alcançou um resultado de 90 milhas para um grau.

No século XI, **al-Biruni**, o maior gênio da civilização muçulmana (junto a Avicena), mediu o raio da Terra utilizando um procedimento novo, depois de descartar, por falta de apoio, o intento de calculá-lo com a metodologia tradicional nas planícies existentes a sudoeste do Mar Cáspio. Em seu **Tahdid**, explica detalhadamente o procedimento adotado: Medida da depressão do horizonte sensível, realizada desde uma montanha, com uma altitude previamente calculada. O próprio **al-Biruni** realizou as observações a sudoeste de Nandana (Paquistão), a uns 110 km a sul de Islamabad. Os resultados obtidos, segundo ele, foram parecidos aos obtidos pelas equipes de **al Ma'mun**, aceitando que aqueles foram mais corretos, tendo em conta o instrumental empregado. A consideração anterior é todavia mais certa, ao não ter sido levado em conta o efeito da refração ao medir os ângulos que intervêm no cálculo. O raio da Terra, dado por **al-Biruni**, foi de 12.851.369 codos, resultando para um grau 224.388 codos, equivalentes aproximadamente a 56 milhas árabes. Assim mesmo, al-Biruni realizou numerosos cálculos geodésicos e astronômicos que permitiram melhorar sensivelmente as posições geográficas dadas por **Ptolomeu** e que, posteriormente, incluiria nas tabuas de seu al-Qanun.



*Medidas de **al-Biruni** (903 a 1048) para a circunferência terrestre – 12.851.369 codos*

Quase duzentos anos depois, aparece a obra de **Ibn Said** (nascido em Alcalá la Real. Jaén), sobre a esfera, tratando da extensão da Terra em sua longitude e latitude. A importância das operações geodésicas, realizadas pelos árabes, se evidencia ainda mais ao pensar que fora necessário transcorrer seis séculos para que as mesmas se repetissem na França, berço da geodésia moderna. Com a destruição do grande **observatório de Samarkanda**, mandado construir pelo astrônomo e príncipe mongol **Ulugh Beg** (1394 a 1149), com um círculo meridiano de mais de 40 metros de raio, no ano de 1460 se inicia o declínio definitivo da Ciência Árabe medieval, confirmando, dessa forma, a decadência que já vinha padecendo e que perduraria até o século XIX.



Reconstrução do Observatório de Ulugh Beg – Samarkanda

A incorporação do Ocidente nas operações geodésicas, para dimensionar a Terra, se viu indubitavelmente favorecida pela continua tradução dos textos árabes, que desse modo fizeram renascer os clássicos gregos e muito especialmente os de **Ptolomeu**. Nessa atividade brilhou, com luz própria, a famosa Academia de

Toledo, criada pelo sábio rei e astrônomo **Alfonso X** (1221 a 1260) em Segres, ou pela ainda mais importante **Casa de Contratação de Sevilha**, um centro científico crucial em sua época e cujas primeiras ordenanças apareceram em 10 de janeiro de 1503. Um terceiro fator que contribuiu para o desenvolvimento dos conhecimentos geográficos foi a intervenção da imprensa por **Johannes Gutermberg** (1397 a 1468), um feito essencial na história da humanidade, que possibilitou o novo reconhecimento e o estudo mais detalhado dos textos gregos, além dos próprios textos medievais. Apesar de tudo, a cronologia documentada das medições de arcos, não começou, senão anos mais tarde. Assim **Leonardo da Vinci** (1452 a 1519) explica um método para determinar o raio da Terra, análogo ao de **Erastóstenes**, e o ilustra com um gráfico. Contemporâneo seu foi **Antônio de Nebrija** (1444 a 1522), que em sua obra "**Introdução a Cosmografia**" (1498), recomenda a leitura de **Ptolomeu**, a quem denomina príncipe dos geógrafos. Ao ilustre humanista sevilhano se le atribui, por outra parte, a obra "**Deratione Calendari**", que não chegou a ser publicada, e a medição de um grau de meridiano, a qual, se confirmada, converteria **Nebrija** no primeiro geodesta espanhol.



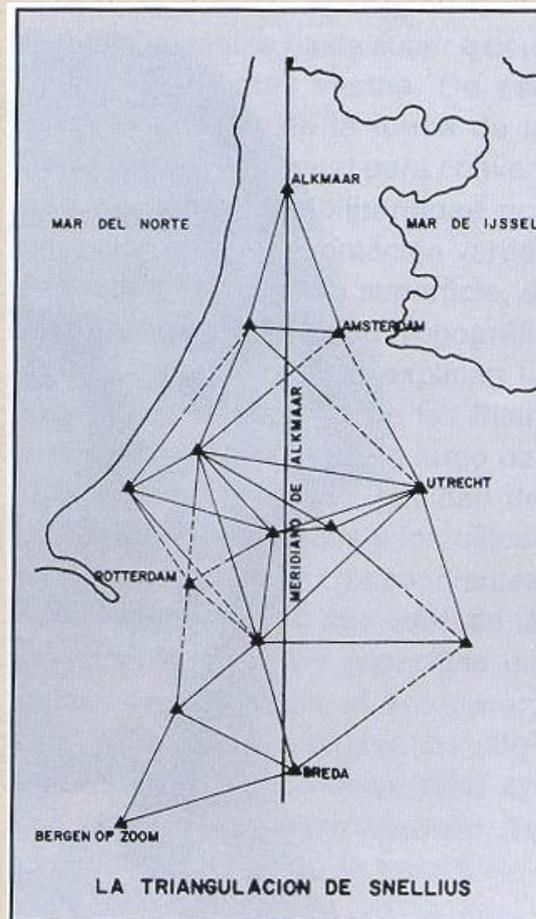
Desenho de Leonardo da Vinci para explicar o cálculo do raio da terra

Pelo contrário, está constatada a medição efetuada pelo francês **Jean Fernel** (1485 a 1558) no ano de 1530, entre Paris e Amiens. A amplitude angular do arco de meridiano, definido pelos os dois pontos, foi determinada através da diferença nas alturas meridianas do Sol, em ambos os pontos, sendo que o espaçamento linear foi medido mediante o número de voltas que deram as rodas de sua carruagem, durante o percurso entre as duas cidades. Ainda que a validade científica seja mais que duvidosa, o certo é que em sua cosmo teoria (1528), determinou que o desenvolvimento (distância) de um grau era de 56.746 toesas de Paris (1 toesa equivale a 1,949 metros). É notório o interesse de **Johannes Kepler** (1571 a 1630) em determinar as dimensões da Terra, mencionando inclusive um procedimento para calcular seu raio, com base na observação recíproca das

distâncias zenitais e no cálculo da distância geométrica entre as duas estações. Essa foi a operação que no ano de 1661, realizou o sacerdote e astrônomo italiano **John Baptist Riccioli** (1598 a 1671). Entretanto, com tal método não puderam obter resultados precisos, devido a incerteza inerente a refração, foi aplicado, a suas observações, um valor adequado do coeficiente, onde se pode corrigir seu resultado e chegar a um valor compreendido entre 55.000 e 57.000 toesas, em lugar das 62.900 obtidas por **Riccioli**, para o comprimento de um grau de meridiano. Muito mais séria, em sua obtenção, foi a medida do holandês **Wilebrod Snell van Roijen** (1591 a 1626), mais conhecido como **Rudolph Snellius** (1580 a 1626), entre 1615 e 1617. **Snellius** uniu os extremos do arco entre Alkamaar e Bergen op Zoom com uma rede de 33 triângulos, e apoiou-se neles para calcular o comprimento do arco, cuja amplitude angular foi obtida por procedimentos astronômicos. O comprimento do arco resultou ser de 55.021 toesas, e a operação, entretanto pouco exata, pode ser considerada moderna e desde logo transcendental pelo uso posterior do método, conseguindo obter o comprimento lineal do arco, mediante uma triangulação. Anos mais tarde, em 1635, o matemático inglês **Richard Norwood** (1590 a 1665) obteve, para um grau de meridiano, um comprimento de 69,2 milhas, ao redor de 110,72 km, equivalentes a 57.300 toesas de Paris. O arco foi o compreendido entre York e Londres, medindo em sua torre a altura meridiana do Sol e fazendo o mesmo na outra cidade; assim calculou a amplitude angular de $2^{\circ}28'$, associada aos 275 km o qual foi medido diretamente com uma cadeia de agrimensor rudimentar. Tais medidas de grau, com resultados tão diferentes, foram determinantes para que a **Academia de Ciências** (França), decidisse efetuar uma medição mais rigorosa que resolveria, no possível, o problema planteado. Com sua resolução, encomendada a **Jean Picard** (1620 a 1682), se inicia verdadeiramente a Geodesia de precisão.



Academia de Ciências – França



Triangulação de Snellius

Certamente, a primeira medida geodésica precisa foi a que realizou o abade francês, entre as cidades de Amiens e Malvoisine, em torno dos anos de 1668 e 1670. O comprimento do arco de meridiano, assim definido, foi obtido graças a uma cadeia de 13 triângulos, com duas bases, uma de 5.663 toesas e outra de 3.902 toesas, chegando a determinar que um grau de meridiano equivalesse a 57.060 toesas. As latitudes extremas e por tanto a amplitude angular do arco, foram deduzidas em função da distância zenital e meridiana da estrela de Casípea, medida nas duas cidades citadas. O azimute foi determinado a partir da observação da estrela polar, em sua máxima digressão. Supondo-se a Terra esférica, obteve para seu raio um valor de 6.365 km, um resultado novo e de suma importância, o qual serviu a **Newton** para confirmar sua hipótese da gravitação universal. A contrapartida que **Issac Newton** (1642 a 1727) ofereceu a Geodésia, não pode ser mais espetacular e revolucionária, já que conseguiu demonstrar que o modelo esférico suposto até então como ideal para a superfície terrestre, devia ser substituído por outro elipsoidal. Em qualquer caso, com a medição de **Jean Picard**, se cumpriu o duplo objetivo geodésico e geográfico contemplado no programa fundamental da **Academia de Ciência** (1666): medir a magnitude da Terra e pretender confeccionar mapas mais exatos. Pode-se afirmar, sem exagero, que a **Jean Picard** se deve a renovação das técnicas e dos métodos de observação astronômico-geodésicos em que se apoiaria a Geodesia. Basta dizer que ele

desenvolveu os nivelamentos geométricos e trigonométricos, como procedimentos ideais para se obter as altitudes dos pontos sobre o nível do mar e poder assim representar, com fidelidade, a superfície topográfica, propiciando também a redução ao nível anterior, das medições nelas efetuadas.

A primeira comprovação da variabilidade da curvatura terrestre se realizou quando se prolongou o meridiano de Paris nos dois sentidos: a norte de Amiens e a sul de Malvoisine. Ainda que a idéia fosse de **Picard**, o executor e diretor do projeto foi **Giovanni Domenico Cassini** (1625 a 1712), contando, para sua finalização, com a ajuda de seu filho **Jacques**, os **Miraldi** e os **La Hire**. A medição durou desde 1683 até 1718 e apareceu publicada em 1723 com a obra "**Traité de la Grandeur et de la Figure de la Terre**", incluindo, para o comprimento de um grau de meridiano, os valores seguintes:

París-Colliure.....57.097 toesas

París-Dunkerque.....56.960 toesas

Tais resultados levaram a seus autores e especialmente aos **Cassini**, a pensar que a Terra era um elipsóide de revolução alargado segundo a linha dos pólos, com uma excentricidade dada por:

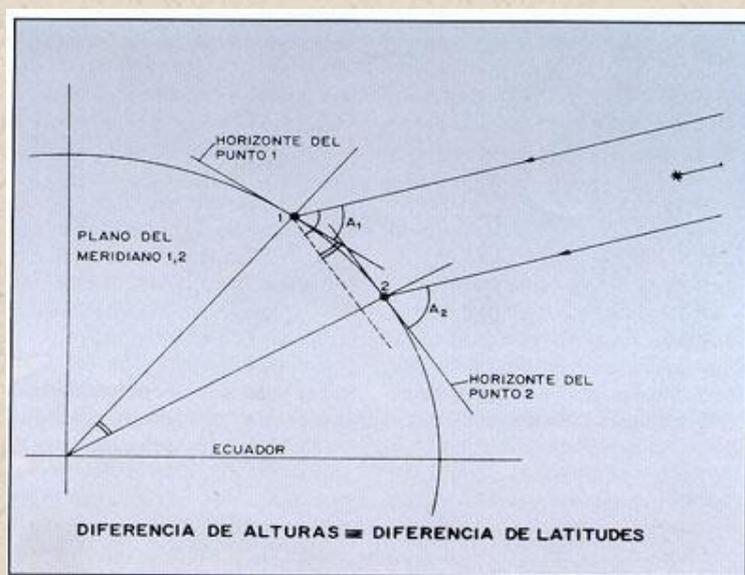
$$e^2 = \frac{b^2 - a^2}{a^2} = 0.144$$

Ao ser esse modelo experimental, oposto ao teórico, previamente exposto por **Newton**, e por **Cristhian Huygens** (1629 a 1695), se originou formalmente uma inflamada polêmica que dominou grande parte dos comentários científicos do século da ilustração, chegando inclusive a dividir a comunidade científica em dois sectores radicalmente opostos.

As contínuas discussões sobre a forma da Terra, em algumas ocasiões demasiado virulentas, fizeram com que a **Academia de Ciências** decidisse enfrentar a questão e subvencionar o projeto, que no ano de 1735, fora apresentado por **Louis Godin** (1704 a 1760) para medir um grau de meridiano no Equador. Pouco tempo depois foi Maupertius, quem proporia uma operação parecida na zona polar, sendo também aceita sua proposição. Dessa maneira ficaria definitivamente resolvida a polemica já que o raio de curvatura do meridiano elíptico seria mínimo no primeiro caso e muito maior no segundo (máximo nos pólos). As comunicações de **Godin** e de **Pierre Louis Moreau de Maupertuis** (1698 a 1759) propiciaram as duas expedições geodésicas, uma a latitudes equatoriais e outra a latitudes polares, sendo o ministro Maurepas o encarregado de realizar as gestões diplomáticas ante os governos da Espanha e da Suécia, para conseguir as autorizações pertinentes e poder assim, realizar os trabalhos no

vice-reinado do Peru e no golfo de Botnia. Os resultados destas duas expedições científicas, tão fundamentais no desenvolvimento da Geodésia, marcaram a ciência de todo o século XVIII, ao fazer prevalecer finalmente o modelo de Terra newtoniano (elipsóide oblato), frente ao modelo de Terra cartesiano (elipsóide prolato). Essa circunstância fez com que **Voltaire**, com seu habitual sarcasmo, o comunicara a **Maupertuis** que com o resultado de sua expedição não só havia achatado a Terra como também aos **Cassini**.

Maupertuis, ferrenho partidário de **Newton**, dirigiu a expedição a Lapônia, contando com a colaboração de pessoas tão ilustres como **Alexis Claude Clairault** (1713 a 1765), o grande matemático que alcançaria renome por seus posteriores trabalhos. A operação durou pouco mais de um ano (entre 1736 e 1737), determinando-se o comprimento do arco graças a uma triangulação que acompanhava sensivelmente o rio Tornéa e a amplitude angular através das distâncias zenitais meridianas das estrelas “a” e “d” de Dragón. Os resultados calculados sobre o terreno permitiram estimar em 111.949 metros o comprimento linear de um grau de meridiano. De volta a França, **Maupertuis** e **Clairault** calcularam novamente o comprimento do grau de Picard, achando 111.452 metros nesta ocasião. Como por outra parte, as observações pendulares de **Clairault**, confirmaram que o comprimento do pêndulo, que batia segundos, era menor em Paris que em Kittis (ao norte do golfo de Botnia), ambos matemáticos asseguraram que a Terra era um elipsóide achatado nos pólos, determinando inclusive seu achatamento. α u 1:17.821.



Alturas meridianas do Sol

Durante esse tempo, a expedição geodésica do vice-reinado do Peru continuava com seus trabalhos (a missão se iniciou formalmente em 16 de maio de 1735), em que tiveram que superar numerosas dificuldades e padecer toda classe de calamidades. A frente da mesma se situou o astrônomo **Godin** (1704 a 1760),

participando ademais o matemático **Pierre Bouguer** (1698 a 1758), o químico e geógrafo **Charles Marie La Condamine** (1701 a 1774), dois oficiais da marinha espanhola: o alicantino **Jorge Juan y Santacilla** (1713 a 1773) e o sevilhano **Antonio de Ulloa y de la Torre-Guiral** (1716 a 1795), além de numerosos subalternos. As relações entre eles se deterioraram tão rapidamente que logo deixou de haver um único projeto, realizando-se, por tanto, medidas independentes: umas pelo grupo de **Godin** e os espanhóis, e outras por **Bouguer** e **La Condamine**. A amplitude do arco, situado nas proximidades de Quito, foi próxima aos três graus, determinando-se sua amplitude angular (diferença de latitudes entre os extremos do arco considerado), mediante observações da estrela Ide Orión. Os comprimentos lineares associados a um grau de meridiano foram, em função das circunstâncias referidas, desiguais; todavia os resultados originais se expressaram em toesas, seu equivalente em metros seria aproximadamente:

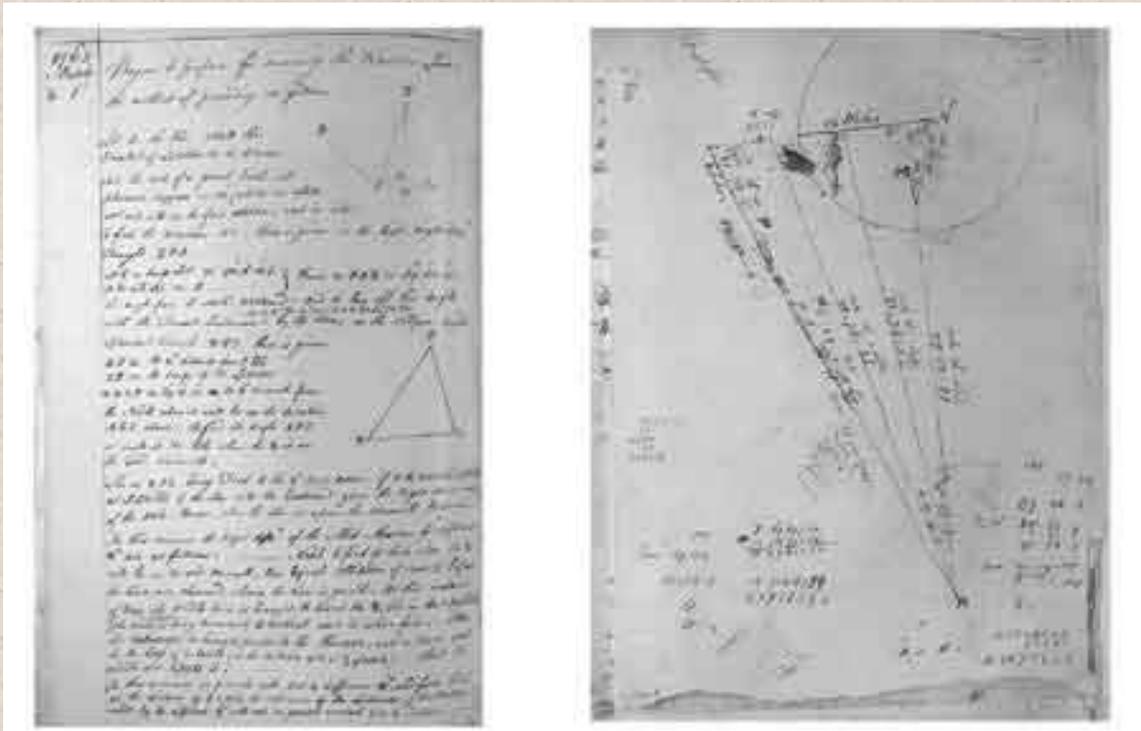
Godin	110.651 m
Pierre Bouguer	110.639 m
Charles Marie La Condamine	110.645 m
Jorge Juan y Santacilla	110.633 m
Antonio de Ulloa y de la Torre-Guiral	110.648 m

Finalizada a operação geodésica (1743), se enfrentaram definitivamente **Bouguer** e **La Condamine**, publicando, independentemente, suas conclusões, a partir de numerosas discussões. Não sucedeu assim com os espanhóis, os quais atuaram incógnitos, aparecendo no ano de 1748 sua célebre Relação Histórica da viagem realizada a América Meridional, para medir alguns graus de Meridiano Terrestre, e através destes chegar à verdadeira figura e magnitude da Terra, com outras várias observações astronômicas e físicas.

Como era de se supor, a relação exitosa das duas operações, que acabam de ser comentadas, foi o estopim para toda uma série de observações geodésicas (continuadas no século XIX), que se bem não foram tão transcendentais como aquelas, também contribuíram para que se começasse a compreender que a figura da Terra era semelhante ao elipsóide oblato (ao que todavia não se conhecia muito exatamente seu achatamento) e que as montanhas induziam desviações da vertical, tal como já havia constatado **Bouguer** durante suas observações nas imediações de Chimborazo. A esse conjunto de medidas, pertencente a re-observação do meridiano de Paris e a do paralelo de Brest, Paris e Estrasburgo, nas quais **Nicolas Louis de La Caille** (1713 a 1762) idealizou um novo método para medir as diferenças de comprimentos, previamente realizada por **Jacques**

Cassini e seu filho **Cassini de Thury** (1714 a 1748), confirmando-se com ambas, a hipótese newtoniana. A comprovação, de que esse fenômeno do achatamento era simétrico, foi realizada também por La Caille, durante sua viagem ao Cabo da Boa Esperança (1752), para fazer observações astronômicas e para medir a distância da Terra a Lua, em colaboração com **Jêrome Lalande** (1732 a 1807), outro astrônomo francês que se deslocou para tal trabalho a Berlim. Uma vez em Cabo da Boa Esperança, mediante uma triangulação composta por quatro triângulos, apoiados em uma base de 6.467,25 toesas, calculou o comprimento do grau, a uma latitude média de $33^{\circ}18'$, resultando ser este de 57.037 toesas. Pode-se dizer que com esta expedição, **La Caille** finalizou a controvérsia do achatamento ao inclinar definitivamente a balança para o lado dos newtonianos.

Apesar de que a opinião científica iniciou a ser unânime a partir de então, as medidas do grau de meridiano, continuaram durante quase duzentos anos mais. Entre elas devem-se destacar as do jesuíta croata **Rudjer Josip Boscovitch** (1711 a 1787), efetuadas nos estados pontifícios (entre Roma e Rimini), durante o ano de 1754, com o resultado de 56.973 toesas para o grau. São também de interesse as realizadas pelos ingleses **Charles Mason** (1730 a 1787) e **Jeremiah Dixon** (1733 a 1779) no paralelo $39^{\circ}43'$, com um comprimento em torno das 233 milhas, para resolver os conflitos fronteirisos entre proprietários da Pennsylvania e Maryland, obtendo a equivalência entre 1° e 56.888 toesas. Também são dignas de mencionar as que fez **Nevil Maskelyne** (1732 a 1811), na Escócia (nas proximidades de Minte Schiehallion), contando com a colaboração de Cavendish. Ante a proliferação de medidas, **Jean Le Rond D'Alembert** (1717 a 1783) emitiu uma opinião brilhante, em seu artigo dedicado a Figura da Terra, reeditado depois em sua **Enciclopédia** (1750), afirmando que o problema da figura da Terra, a pequena escala, está longe de ser resolvido. **D'Alembert** suspeitava, por outro lado, que dita figura dependeria de sua constituição interna, de sua estratificação em camadas, de seu grau de fluidez e de sua história. Sendo consciente dos resultados de seus próprios trabalhos e dos previstos, que estava desenvolvendo, agregou que havia que saber e esperar até que o tempo se procura nova luz. A luz chegaria parcialmente no início do século XIX com as descobertas de **Gauss** e **Helmert**, aos que se deve a introdução do geóide de campo gravitacional e por tanto perpendicular em todos seus pontos as correspondentes verticais físicas. Muito mais recente é a aplicação do conhecimento geodésico auspiciado pela era espacial e o conseguinte apogeu de um novo ramo da Geodésia, a Geodésia global ou de satélites, que, todavia veio a comprovar a veracidade dos métodos clássicos ao determinar os semi-eixos e o achatamento do elipsóide e a concretizar a posição relativa de tal superfície matemática e da superfície física do geóide.



Duas páginas do diário realizado por Charles Mason e Jeremih Dixon, na qual realizam a determinação do arco de meridiano no paralelo de $39^{\circ} 43'$

Também deve ser notório que o progresso científico, adquirido a esta altura do século XVIII, não havia logrado resolver o difícil problema de encontrar uma medida única, de caráter universal, para quantificar precisamente o comprimento dos arcos medidos. Não obstante, nessa conjuntura histórica, foi quando se sentaram as bases de sua solução definitiva ao se constituir, na **Academia de Ciências** francesa, a **Comissão de Pesos e Medidas**, a qual contribuiria, posteriormente, para o progresso das Ciências, com a implantação do **Sistema Métrico Decimal**. A comissão criada em 1790, proposta pela **Assembléia Constituinte**, apontou finalmente como unidade das medidas de comprimento, a décima milionésima parte do quarto de meridiano, decidindo, ademais, que havia de se medir um arco suficientemente amplo a ambos os lados do paralelo 45 e fixando, seus dois extremos em Dunkerque e Barcelona. Os responsáveis da operação foram **Pierre François André Mechain** (1744 a 1804) e **Jean Baptiste Delambre** (1749 a 1822). Ainda que os trabalhos tenham começado no final de junho do ano de 1792, estes tiveram que ser suspensos devido a Revolução Francesa. Reorganizados em 1795, ano em que se volta a criar a Comissão, os dois astrônomos franceses puderam continuar sua tarefa ininterruptamente. **Delambre** se responsabilizou da parte septentrional e **Mechain** do segmento mais meridional. A observação da cadeia de triangulação, que constava de 94 triângulos, se prosseguiu a partir de 1795, no ponto em que havia parado, ultimando-se os trabalhos de campo em 1798. A determinação da latitude foi obtida a partir da observação de várias estrelas que culminaram, praticamente, no zênite das

estações, contudo foram observadas as culminações de outras estrelas circumpolares, tais como a estrela Polar, levando-se em conta as correções necessárias. A orientação da cadeia de triângulos e seu controle foram obtidos a partir do cálculo dos azimutes astronômicos de vários de seus lados, determinados nas estações de: Watten, Paris, Bauges, Carcassonne e Montjuich.



Unidades padrão para os Pesos e Medidas

Restava pendente a difícil questão do achatamento, imprescindível para conhecer o comprimento do quarto de meridiano. Para isso se compararam os comprimentos dos graus obtidos:

Dunkerque – Paris.....(57.082,61 T)

Paris – Evaux.....(56.978,03 T)

Carcassonne – Montjuich.....(56.946,62 T)

Com os arcos previamente conhecidos, **Delambre** se decidiu pelo arco de **Bourguer** ao qual não propôs o achatamento determinado de $\alpha = 1/315$, se não outro modificado $\alpha = 1/308.64$. Não obstante, a **Comissão Internacional** elegeu, em função de seus cálculos, o valor $\alpha = 1/334$, e de acordo com seus ditames resultam que o comprimento do quarto de meridiano equivalia a 5.130.740 toesas, se bem que hoje em dia se admite que seu comprimento seja próximo de **10.001.957 metros** (IERS 89).

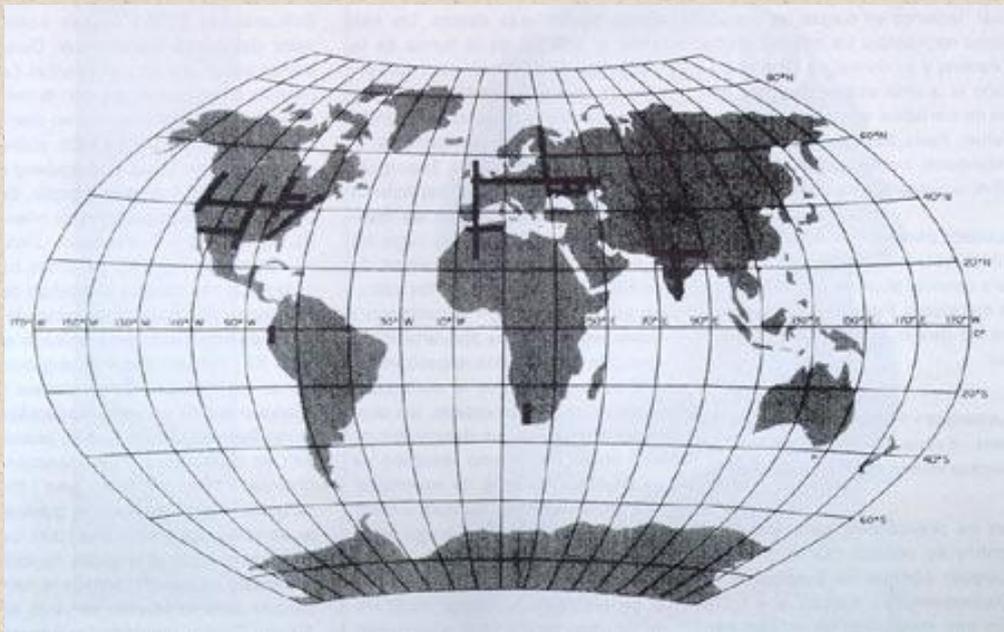
Em 03 de Julio de 1799, **Etienne Lenoir** (1744 a 1832) construiu os protótipos, correspondentes, que foram apresentados ao **Conselho dos**

Quinhentos e de Anciões (previamente se havia depositado, no Arquivo Nacional, o protótipo de platino iridiado em forma de régua), por **Jan Hendrick van Swinden** (1746 a 1823) em nome da Comissão, criando-se assim o **Sistema Métrico Decimal**, também conhecido depois como **Sistema Métrico**. Quando, em 1810, **Delambre** apresentou a **Napoleão** os três tomos sobre as bases do Sistema, lhe disse o imperador: *“As conquistas passam porém estas operações permanecerão”*.

A medição da Terra, continuou durante o século XIX, não só com o estabelecimento das cadeias triangulares ao largo de meridianos, se não que essas redes geodésicas se foram estendendo, paulatinamente, até cobrir grandes extensões. Dessa forma, a análise da forma da Terra deixou de ser lineal para converter-se em zonal, possibilitando por outra parte uma representação verdadeiramente confiável de sua superfície, logo denominado **Mapa Topográfico**. Essas circunstâncias explicam a criação da maioria das Instituições Cartográficas ao longo do século. Evidentemente a realidade dos mapas Topográficos e os cálculos prévios das correspondentes redes geodésicas se apoiaram na aparição de vários elipsóides de revolução, obtidos ao comparar os diferentes valores dos comprimentos das medidas de arco de meridiano.

O general **William Mudge** (1762 a 1820) mediu, entre os anos de 1800 e 1802, o arco compreendido entre Dunnose, na ilha de Wight, e Clifton, no Yorkshire, obtendo um resultado de 57.066 toesas para o valor de um grau de meridiano na Inglaterra. O coronel **Lambton** obteve, entre 1802 e 1803, um valor de 57.037 toesas referido ao grau de meridiano de Bengala (Tudandeporum e Pandree). Outra medida, iniciada por ele, foi finalizada pelo coronel **George Everest** (1790 a 1866), em 1825, mediante uma vasta operação compreendida entre Punnæ e Kullianpoor, com um resultado de 56.773 toesas para o valor médio de um grau de meridiano. **Dominique François Jean Arago** (1786 a 1853) continuava citando a medida dos astrônomos de Turin, Carlini e Plana, realizada entre os anos 1821 e 1823 no meridiano Andrate-Mondovi, achando um comprimento de 57.687 toesas, para o grau médio. Entre 1821 e 1831, **Friedrich Georg Wilhelm von Struve**, com a ajuda de **Friedrich Heinrich Ernst Graf von Wrangel** (1784 a 1877), mediu o meridiano de Dorpat, entre os paralelos da Ilha de Hochand, no golfo da Finlândia, e de Jacobstadt em Courlande, onde o resultado foi de 57.136 toesas para o grau de meridiano. As operações geodésicas, dirigidas por **Gauss** em Hannover (1821, 1824), permitiram obter o valor de 57.127 toesas para o grau relativo ao arco compreendido entre Göttingen e Altona. Na mesma época obteve **Heinrich Christian Schumacher** (1780 a 1850), 57.093 toesas como valor do grau de meridiano na Dinamarca, entre Lauemburg e Llysabel. A relação é terminada por **Arago** (1786 a 1853), com a medida efetuada por **Friedrich Bessel** (1784 a 1845), e seu discípulo **Johann Jakob Baeyer** (1794 a 1885), entre 1831 e 1836, sobre o meridiano de Trunz, Koënigsberg e Memel, encontrando um valor para o grau, da então denominada Prússia oriental, de 57.144 toesas. Como é

natural as medidas de arcos não finalizaram, continuaram desenvolvendo-se até a entrada do século XX, devendo-se citar as dos ingleses **Colby, James** e **Clarke** ou as de paralelo efetuadas nos Estados Unidos, que são descritas na memória “**The Transcontinental Triangulation and the American Arc of the Parallel**” , publicada em Washington no ano de 1900. É criada em Berlim (1862) a **Associação para a Medida de Arco na Europa Central**, presidida por **Baeyer** e transformada, pouco depois, em **Associação para a Medição de Arcos de Meridiano e de Paralelo na Europa** (1867), e em **Associação Geodésica Internacional para a medição da Terra** (1887), o mais direto antecedente da **atual União Geodésica e Geofísica Internacional**, fundada em 1919. Deve-se fazer notar o prestígio alcançado pelo geodesta espanhol **Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero** (1825 a 1891) que presidiu a **Associação Geodésica Internacional** desde 1874 até sua morte, sendo reeleito sempre por unanimidade. Graças à colaboração internacional foi possível medir arcos de grande amplitude: o anglo-franco-espanhol com 27° e 3.000 km, o russo-escandinavo de $25^\circ 18'$ e 2.800 km e os dois da Índia com $21^\circ 18'$ e 2.400 km e $19^\circ 12'$ com 2.100 km, além disso o arco americano com 23° de amplitude e um comprimento de 2.600 km. Dentre todos os modelos elipsoidais do século XIX, que nasceram sob o amparo de tais operações geodésicas, são relacionados no quadro abaixo somente aqueles que foram considerados mais significativos por sua utilidade geodésica e cartográfica posterior. Para sua identificação se indicam os parâmetros que os definem, o autor e os países em que foram utilizados.



Principais arcos de meridiano e de paralelo, medidos no período clássico, antes de 1914.

Año	Autor	Semieje mayor (km)	Aplastamiento	Países en que se usaron
1830	EVEREST	6377.276345	1/300.8017	India, Burma, Ceylan, Malasia (P)
1841	BESSEL	6377.397155	1/299.1528	Europa Central, Chile, China
1849	AIRY	6377.563396	1/299.3249	Gran Bretaña
1858	CLARKE	6378.294	1/294.261	Australia
1860	STRUVE	6378.2983	1/294.73	España, Rusia
1866	CLARKE	6378.2064	1/298.97866982	Norte América
1876	ANDRAE	6377.10443	1/300.0	Dinamarca, Islandia
1880	CLARKE	6378.24917	1/293.465	Francia y Africa

A especificação das etapas mais assinaladas da Geodésia contemporânea deve iniciar com as medições do grau que recomendou a **Associação Internacional**, coincidindo com sua criação: um arco polar nas proximidades do arquipélago de Spitsbergen e outro equatorial, precisamente na República do Equador. O primeiro deles foi medido entre os anos de 1898 e 1902, resultando em uma amplitude de $4^{\circ}10'$, em uma latitude média de $78^{\circ}43'$, sendo as equipes russas encarregadas da parte setentrional e os suecos da meridional. A triangulação se calculou sobre o elipsóide de Bessel, determinando-se também os valores da gravidade, em onze estações.

Como sucedeu no século XVIII, a medida do arco polar foi acompanhada de outra equatorial, tendo a Associação decidido que a amplitude fosse maior que 5° ou 6° e que fossem tomadas todas as precauções necessárias para que a medida alcançasse a exatidão esperada para a época. A missão chegou a Guayaquil em junho de 1901 e não finalizou seus trabalhos antes do ano de 1907. A triangulação se estendeu desde o sul de Colômbia ao norte do Peru, calculando-se todos os vértices sobre o elipsóide de **Clarke** (1880).

Ainda que tenham as medidas anteriores contribuído em maior ou menor proporção, à aparição de novos elipsóides não trouxeram novidade alguma em relação aos valores dos parâmetros previamente fixados: entorno de 6.738 km para o semi-eixo maior e uma magnitude compreendida entre 1/293 e 1/300 para o achatamento. Se bem que os resultados possam parecer surpreendentes, dado que as últimas operações foram muito mais precisas que todas as realizadas nos dois séculos anteriores, não é de se estranhar, devido que esse procedimento, também conhecido como método dos arcos, que este não podia alcançar maior aproximação por não levar em conta os desvios da vertical e os valores da intensidade da gravidade. Tendo em conta que os parâmetros dos modelos elipsóidicos eram diferentes e as discrepâncias não eram atribuídas aos possíveis

erros cometidos nas observações, se chegou à conclusão de que a figura da Terra só podia considerar-se elipsóidica com certo grau de aproximação. Por outra parte se evidenciou a necessidade de recorrer a outra metodologia para encontrar um modelo de maior ajuste. Com o novo procedimento, a zona objeto de estudo não foi linear se não que passou a ter certa extensão, recobrando, em certas ocasiões, grandes superfícies, desta maneira conseguiu-se os primeiros elipsóides realmente próximos ao geóide e por tanto uma representação fiel do mesmo. O método foi em princípio preconizado por **Helmert** e levado a prática por **Hayford**.

O geóide deve ser entendido como uma superfície equipotencial do campo gravitacional que coincide sensivelmente com o nível médio do mar, suposto em repouso. Tal superfície física pode e deve ser prolongada por baixo dos continentes e identificada como a forma matemática da Terra. Entretanto sua formulação segue uma complexidade tão elevada que se procurou ajustá-la a outra superfície mais simples, esse é o caso do elipsóide de revolução, denominado terrestre por proposta de **Helmert**.

Embora tenha sido idealizado por **Helmert**, a primeira realização prática do método astronômico geodésico das áreas, se deve ao geodesta norte-americano **Hayford**, que se embasou nas redes geodésicas e astronômicas dos Estados Unidos. Analisando as discrepâncias observadas entre as coordenadas determinadas por métodos exclusivamente astronômicos e as obtidas através da geometria de certo elipsóide (os desvios da vertical), em numerosos vértices das ditas redes e utilizando a hipótese isostática de **John Henry Pratt** (1809 a 1871), deduziu os parâmetros mais prováveis para o elipsóide. Os primeiros resultados foram publicados no ano de 1909 com o título "**Figure of the Earth and isostasy from measurements in the United States**", aparecendo os valores:

Semi-eixo maior ou raio equatorial.....6.378.388 metros.

Achatamento.....297.0

Semi-eixo menor ou raio polar.....6.356.909 metros.

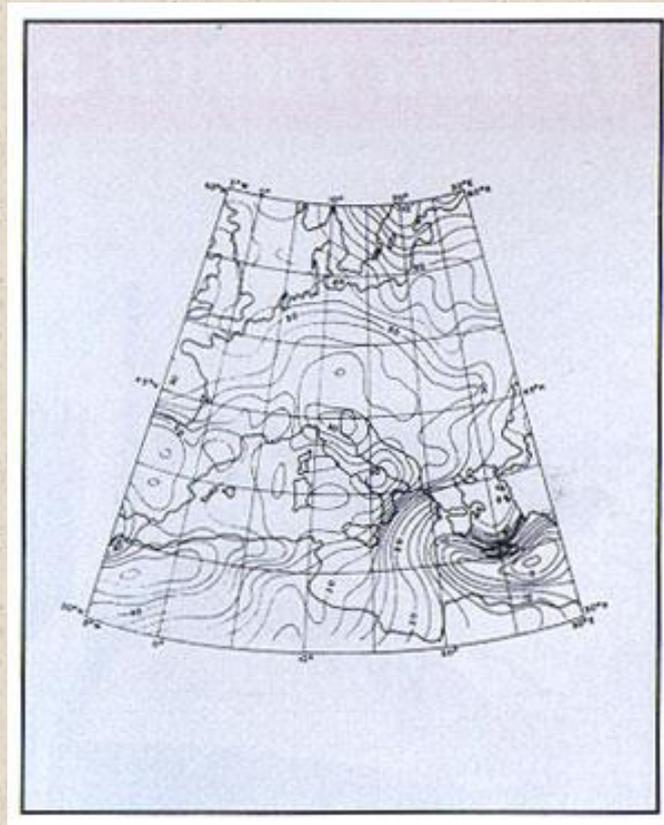
É notório que este elipsóide começou a ser conhecido como elipsóide internacional a partir da resolução tomada pelo **Comitê Executivo da Seção de Geodésia**, integrado na **União Geodésica e Geofísica Internacional**, reunido em Madri, em 24 de setembro de 1924. Em colaboração, com o também americano **Bowie**, determinou gravimetricamente o achatamento polar, reduzindo as numerosas medidas da gravidade com que já contavam, assim chegando ambos, a uns valores praticamente coincidentes com o que previamente havia aparecido na referida publicação.

A metodologia de **Hayford** foi seguida por outros geodestas, como o finlandês **Wiekko Alexanteri Heiskanen** (1895 a 1971), o qual estudando os dados europeus e americanos fez um importante trabalho de síntese, entre 1925 e 1935, propondo modelos alternativos, para o elipsóide, obtidos por métodos astro-geodésicos. Sua contribuição gravimétrica mais significativa foi o valor que obteve de $9,78049 \text{ m/s}^2$ para a gravidade equatorial, ajustando um conjunto de medidas iso-estaticamente reduzidas. **Heiskanen** procedeu com o sistema de **George Biddell Airy** (1801 a 1892) de forma análoga, como fez **Hayford** com o de **Pratt**, isto quer dizer, dando-lhe formulação matemática com fins geodésicos, e aplicando-o generalizadamente. Foi brilhante sua determinação gravimétrica do geóide, durante sua estada na Universidade Estatal de Ohio, fruto de um projeto de pesquisa realizado entre 1955 e 1957 que se apoiou nos dados proporcionados por numerosos levantamentos gravimétricos. O resultado foi publicado no ano de 1957 com o nome de "**Geóide de Columbus** (Columbus é a capital do estado de Ohio), estando somente referido ao hemisfério Norte e construído sobre o elipsóide de **Hayford**, com uma equidistância de dois metros. Outro dos geodesta que usou o método das áreas para estudar a forma e dimensões do elipsóide foi o russo **Theodosy Nicolaievitch Krasovsky** (1878 a 1948). Sua primeira conclusão foi de que o elipsóide de Bessel não era o que produzia melhores ajustes, foi plenamente ratificada pelas investigações que ele mesmo efetuou, em colaboração com **Izotov**. Os trabalhos realizados na extensa rede geodésica da antiga URSS, fizeram que em 1940 recomendassem a adoção de um novo elipsóide, finalmente aprovado em 1946, com os parâmetros:

Semi-eixo maior ou eixo equatorial = 6.378.345 metros.

Achatamento = 1/298.3.

Sem dúvida esta determinação foi a mais exata realizada até então. **Krasovsky** deve ser considerado como o principal impulsor da chamada nivelção astro-gravimétrica, posteriormente aperfeiçoada por **Mikhail Sergeevich Molodensky** (1909 a 1991), como meio para obter diretamente a figura da superfície física da Terra e de seu campo gravitacional externo, assim como para resolver definitivamente o problema da redução dos dados observados sobre a superfície topográfica ao elipsóide de referência.



Fragmento Europeu do GEOIDE COLUMBUS Heiskanen (1957)

A solução do problema anterior não pode ser obtida sem um conhecimento prévio das altitudes, outro dos objetivos fundamentais da gravimetria. É obvio que essa terceira coordenada é necessária para fixar completa e espacialmente os pontos da superfície topográfica. A fixação da dita superfície pode ser feita com relação às duas superfícies que se vêem comentando: o geóide ou o elipsóide. No primeiro caso a distância do ponto à superfície seria a denominada altitude ortométrica e no segundo a conhecida como altitude geométrica. Ao tratar-se o geóide de uma superfície eqüipotencial é evidente que a relação entre a altitude e o potencial do ponto é manifestado (desta maneira começa-se a considerar-se o potencial como a terceira coordenada), o cociente entre ele e a aceleração da gravidade é precisamente a altitude. Surgem assim diferentes denominações, em função do valor da gravidade, que se estima mais ajustada a real. É sabido por outro lado que a representação da superfície topográfica se superpõe à imagem plana do elipsóide cartográfico escolhido como referência, em forma de curvas de nível. Conseqüentemente o **Mapa Topográfico** permite obter indiretamente as superfícies a partir das quais se tenham contado as altitudes nele representadas. Não obstante, não convém esquecer que se faz abstração do relevo ao analisar-se unicamente as dimensões e forma da Terra, tendo em conta sua insignificância quando se compara com o raio médio da Terra ($R = 6.371 \text{ km}$).

Alcançada a metade do século XX, procede fazer um balanço do estado do conhecimento geodésico, antes de abordar sua mais recente e extraordinário

desenvolvimento. O resumo pode começar com a afirmação de que se sabia que as ondulações ou alturas do geóide, em relação ao elipsóide de revolução, eram menores que 100 metros, sendo o modelo mais representativo o proposto por **Krasowsky**: $\alpha = 1/298.3$, $\alpha = 6.378.245$ km. Igualmente era conhecida a possibilidade de avaliar tais discrepâncias por dois procedimentos: um astrogeodésico, comparando as coordenadas astronômicas com as geodésicas de uma série de pontos ligados por uma triangulação homogênea, e outro essencialmente gravimétrico, analisando os valores observados da gravidade e seus valores teóricos pontuais, sendo conscientes da necessidade de densificar as observações gravimétricas para obter representações fidedignas do geóide e de que o problema gravimétrico no mar devia resolver-se de forma mais rigorosa.

Assim mesmo se tinha certeza de que o nível médio do mar equivalia a uma superfície equipotencial do campo gravimétrico com margens decimétricas, podendo medir-se os deslocamentos do pólo e as marés terrestres. Entretanto as medidas sistemáticas das diferenças de longitudes não podia confirmar a deriva continental, tão pouco podia estabelecer uma rede geodésica mundial, ao ser impossível os enlaces intercontinentais, com a conseguinte falta de comprovação naqueles sistemas geodésicos ilhados, cujas posições relativas estavam afetadas de erros hectométricos.

Foi precisamente nesses anos, quando se iniciou a revolução tecnológica, que desembocou no desenvolvimento da informática, a qual não só propiciou um aumento na velocidade dos cálculos geodésicos se não que logrou modificar a própria concepção dos problemas geodésicos, ao poder solucionar muitas questões que permaneciam latentes e sem resolução, pelo volume de cálculos requerido. Assim sucedeu com a geodésia espacial, a qual possibilitou o lançamento do satélite artificial Sputnik, em 4 de outubro de 1957, já que por primeira vez puderam usar objetos do espaço exterior, passivos ou ativos, para posicionar pontos da superfície terrestre, sem a limitação imposta pela intervisibilidade, uma condição imprescindível para os métodos terrestres convencionais. Por outra parte, a escassa altitude dos satélites ofereceu a oportunidade de estudar a geometria do campo de gravidade da Terra, baseando-se nas observações diretas de suas trajetórias perturbadas, que entretanto eram e são previsíveis ao conhecer o campo gravitacional externo. O progresso alcançado com o auge desta nova vertente da geodésia não se limitou em aperfeiçoar a medida da Terra se não que outros ramos das Ciências se beneficiaram das modernas técnicas geodésicas e naturalmente de seus resultados: Geofísica, Ciência Espacial, Astronomia e Oceanografia, são quatro exemplos muito notáveis. Particularmente frutífera vem sendo a relação geodésia – geofísica, devendo-se assinalar como feito mais sobressalente, que desde os anos 70 se aceita universalmente, a tectônica de placas. Hoje em dia é também incontestável que as velocidades de seus deslocamentos são perfeitamente medíveis com a tecnologia

astronômico-geodésica, sendo a geodésia a encarregada de proporcionar maior informação sobre a geometria de tais movimentos.

Em uma primeira aproximação, o plano orbital e a própria posição espacial do satélite se identificam com os parâmetros orbitais ou de **Kepler**: A , e , i , Ω , ω e M , correspondentes respectivamente ao semi-eixo maior, à excentricidade da órbita, à inclinação de seu plano sobre o equador terrestre, à ascensão reta do modo ascendente, ao argumento do perigeu e à anomalia média. Durante o movimento real do satélite não só é sua anomalia média a que varia com o tempo se não que o fazem o resto das constantes keplerianas, de modo que tais constantes e suas variações \dot{A} , \dot{e} , \dot{i} , $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ y \dot{M} devem ser conhecidas em qualquer instante para poder calcular a posição do satélite, tais derivadas podem ser avaliadas em função das forças perturbadoras – equações de **Gauss** – ou bem através das derivadas do potencial perturbador com relação aos seis parâmetros orbitais – equações de **Langrange** -. Conhecido o campo da gravidade terrestre, se pode avaliar o valor da força atrativa em cada ponto da trajetória e calcular esta com base nas sucessivas posições do satélite. O processo é reversível, isto é, se dispomos de numerosas observações de um satélite, até o ponto de poder restabelecer sua trajetória, poderíamos também calcular as forças que originam e determinar o campo de gravidade da Terra. O conhecimento dessas forças gravitacionais que atuam sobre o satélite se faz extensivo à própria superfície terrestre, podendo assim deduzir a forma de uma superfície terrestre, podendo assim deduzir a forma de uma superfície equipotencial origem (o geóide) e por tanto a forma da Terra. Para determinar com precisão a trajetória dos satélites é necessário observá-los desde estações cujas coordenadas hajam sido previamente determinadas, se incorre assim em uma espécie de círculo vicioso que se resolve interpretando adequadamente as observações efetuadas e considerando dois grupos de incógnitas:

- As posições geocêntricas das estações terrestres.
- Os parâmetros que caracterizam as forças atrativas que atuam sobre os satélites,

Assim mesmo seria necessário fixar por último os parâmetros de **Kepler** iniciais já que em definitivo vão ser os que determinam o posterior movimento do satélite.

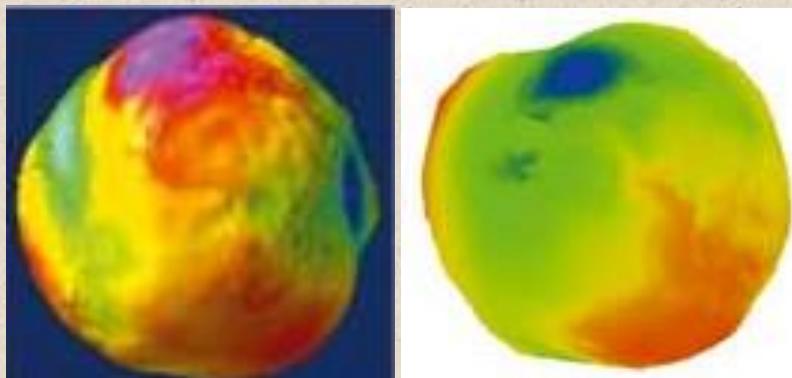
Fixado o satélite e os pontos da superfície topográfica no mesmo sistema de referencia tri-retangular e geocêntrico, se compreende que medida as distâncias das estações terrestres a vários satélites (ao menos seriam necessários um mínimo de três para poder calcular as três coordenadas da estação incógnita), como de efeito sucede, pode-se prantear suficientes relações de observação para obter os

valores mais prováveis das coordenadas X, Y, Z de tais estações, ou o que seria o mesmo, sua latitude, longitude e altitude. Conseqüentemente se possuiria assim informações suficiente tanto para representar a superfície topográfica, sobre a que se encontra a estação, como para modelar a Terra de uma maneira global através do geóide. Durante o processo de resolução dos sistemas de equações, se obtém também, os coeficientes do potencial da gravidade e até as flutuações da velocidade de rotação terrestre.

Naturalmente esses resultados, que em cada caso definiriam um sistema geodésico, se complementam com as medidas terrestres (geométricas e gravimétricas), para um maior conhecimento do geóide. O primeiro sistema foi devido ao “**Smithsonian Astrophysical Observatory** (1966)”, surgindo outros a partir de então; destacando os elaborados pelo grupo franco-alemão **GRIM**. Mais atuais são os modelos de potencial elaborados pela equipe de geodésia espacial do “**Goddard Space Flight Center da NASA**”, sumamente completos e conhecidos em suas sucessivas apresentações com a sigla **GEM** (**Goddard Earth Model**). Deve-se também citar outros modelos como os **OSU** (**Ohio State University**), calculados por **Richard D. Rapp** e seus colaboradores, continuando assim a tradição já iniciada por Heiskanen. Nos procedimentos mais modernos, para obter geóides detalhados, se emprega técnicas baseadas nas transformações rápidas de **Fourier** (FFT), assim se tem construído no **National Geodetic Survey**, os modelos **DEOID 90** e **GEOID 93** que incluem cada um mais de um milhão e meio de medidas gravimétricas (marítimas e terrestres), além das da própria geodésia espacial. Com uma técnica similar e baseando-se tanto no banco de dados gravimétricos do **Instituto Geográfico Nacional** como nos modelos digitais do terreno ali formados, se tem determinado um geóide da península, denominado por seu autor **J.M. Sevilla** de **IBERIAN GEOID 95**, com uma equidistância de meio metro. A esta geração de modelos terrestres pertencem os dois elipsóides, ultimamente tomados como referencia: **WGS 84** (**World Geodetic System**), básico em todos os posicionamentos **GPS**, e o **IERS 89** (**International Earth Rotation Service**), para o qual a circunferência equatorial tem uma longitude de 400.775.010 metros, 67.182 mais que o desenvolvimento de um de seus meridianos. No quadro adjunto se incluem os elipsóides que vem aparecendo ao largo do presente século, ressaltando-se os já clássicos e convencionais de **Hayford** e **Krasowsky**. A comparação entre os modelos geoidais e elipsoidais refletem que a ondulação alcança seu valor máximo (ao redor de 100 metros) na zona de contato entre os oceanos Índico e Pacífico, assim mesmo, dita ondulação, é menor nas proximidades do Pólo Norte que nas do Pólo Sul.

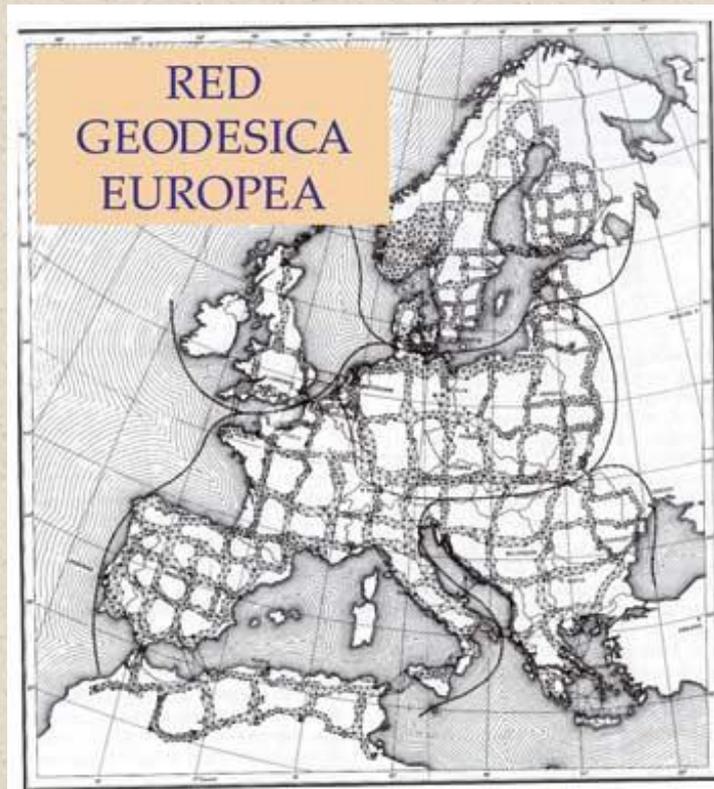
Associadas aos sistemas geodésicos aparece uma série de parâmetros que definem tanto o elipsóide mais provável, como o campo gravitacional, tais parâmetros se classificam em fundamentais e derivados. Os fundamentais são o semi-eixo maior do elipsóide de revolução, a constante geocêntrica da gravidade, o

fator de elipticidade geopotencial e a velocidade angular da rotação terrestre. Entre os derivados figuram a excentricidade do elipsóide, o achatamento, o semi-eixo menor e o comprimento do quarto do meridiano, como geométricos; e entre os dinâmicos, o potencial, a gravidade equatorial e a polar.

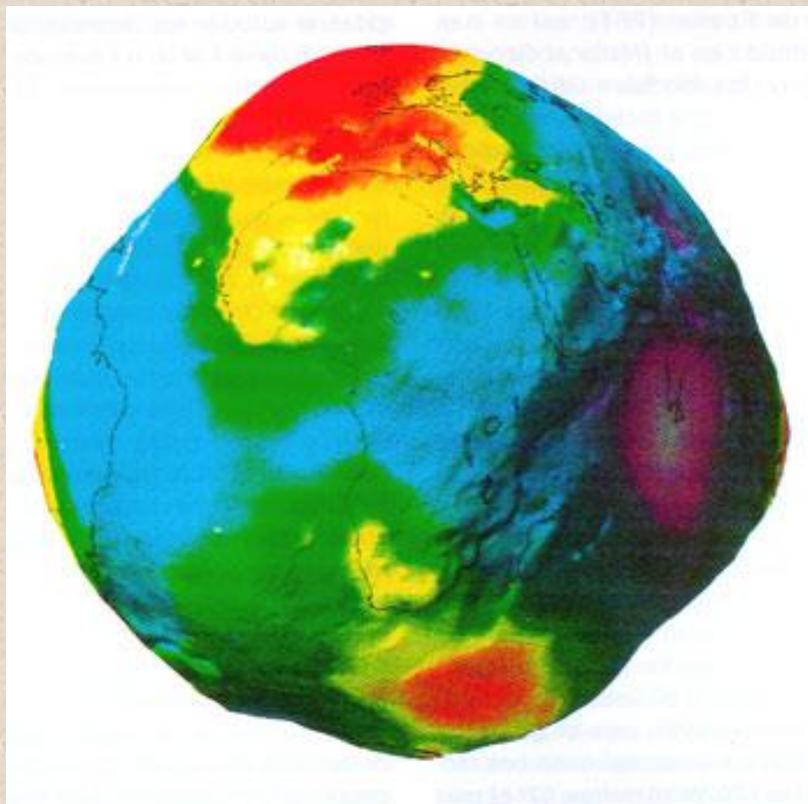


Imagens em perspectiva do geóide de Rapp

Assinalamos finalmente dois aportes recentes e espetaculares, surgidos ao estudar as deformações globais da Terra, através das sucessivas determinações de seu campo gravitacional. Trata-se, em primeiro lugar, de uma paulatina diminuição do achatamento terrestre, um fenômeno que parece estar ligado à elevação paulatina dos blocos escandinavos e canadenses, consequência isostática do desaparecimento das grandes calotas glaciais. Outra aplicação singular do estudo do campo gravitacional é a constatação de que, nas cartas globais do geóide, seu relevo com relação ao elipsóide não corresponde com sua homóloga terrestre, porém sim com o relevo submarino. Nas zonas de subducção, coincidentes com a existência de grandes fossas oceânicas e com a localização dos terremotos mais profundos (a profundidade do foco é superior a várias centenas de quilômetros), o geóide apresenta geralmente uma depressão de 15 a 20 metros de profundidade sobre uma extensão ao redor de 200 km. Pelo contrário, as dorsais oceânicas dão lugar a uma anomalia positiva de alguns metros de amplitude, sobre uma extensão próxima aos 100 km, por cima das zonas de fratura (falhas transformantes perpendiculares à dorsal). Nas proximidades das margens continentais (transmissão entre a crosta continental e oceânica), ocorre um degrau abrupto de uns 5 metros, estendido ao largo de 100 a 200 km. A correspondência entre os vulcões submarinos e as ondulações do geóide é outro exemplo: na projeção superficial da maioria dos vulcões ou cadeias vulcânicas submarinas, aparece uma anomalia ou ondulação positiva de 5 a 10 metros de amplitude, com uma extensão superficial compreendida entre 100 e 500 km. Esta clara correlação é em definitivo a mais clara evidência do fenômeno isostático, de modo que do estudo do geóide (e por tanto da forma da Terra), pode-se deduzir o estado de compensação isostática do manto superior terrestre e compreender, eventualmente, sua compensação assim como os modelos reológicos da litosfera.



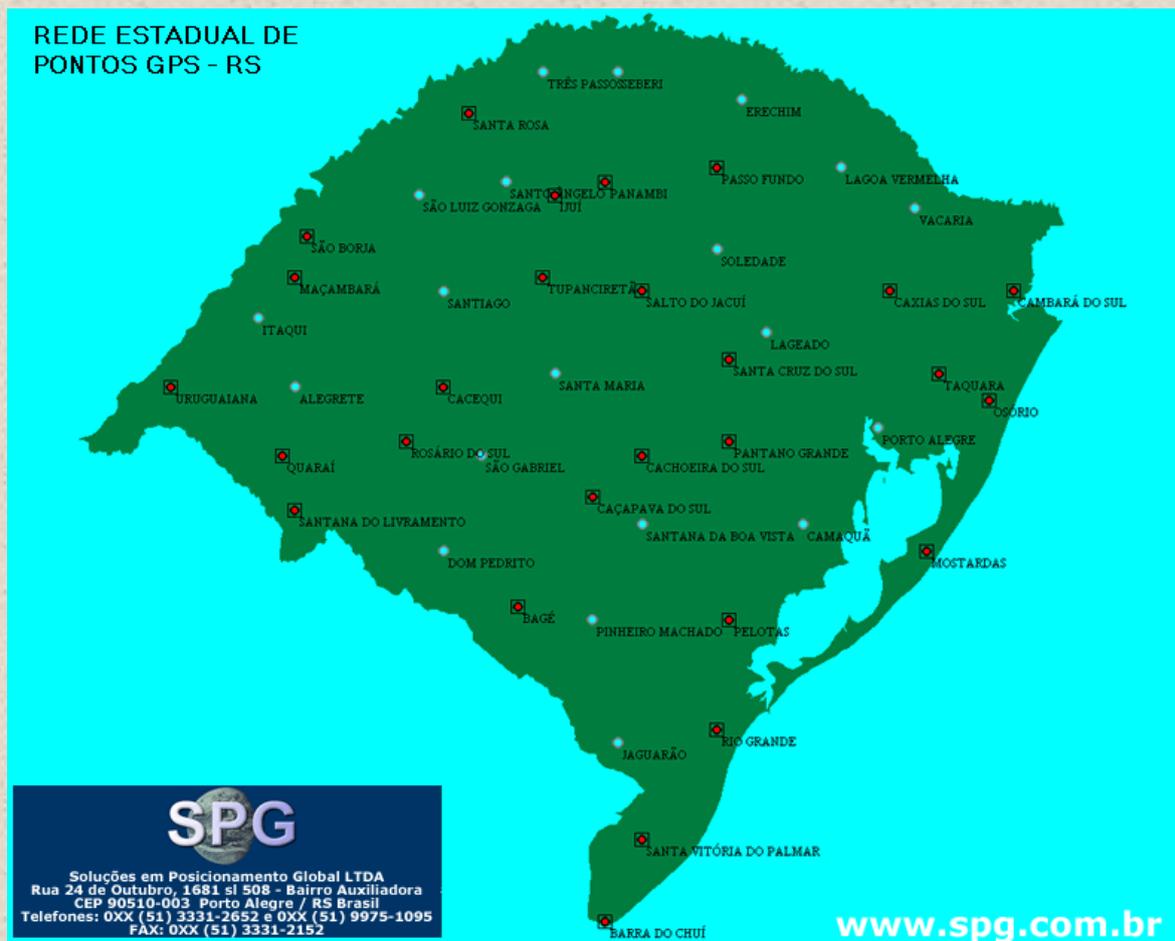
Observe a rede de triangulação acompanhando os meridianos e paralelos, seguindo o modelo defendido por Jean Picard.



Ondulações do geóide, determinadas mediante as perturbações orbitais dos satélites geodésicos.



Rede de estações GPS - Brasil



Rede estadual de estações GPS - RS

EL SISTEMA GEODESICO MUNDIAL DE 1984 (WGS 84)

- Sistema geocéntrico, con origen en el centro de masas de la Tierra (geocentro).
- El eje de las zetas es paralelo a la dirección del polo medio internacional (polo medio de 1903) definido por el B.I.H.
- El eje de las abscisas es la intersección del ecuador medio con el meridiano origen de Greenwich.
- El eje de las ordenadas es también ecuatorial de manera que forme con los otros dos un triedro trirectangular "dextrorsum".
- El modelo terrestre es un elipsoide de revolución cuyos ejes son $a=6378137 \text{ m} \pm 2\text{m}$, $b=6356752.3 \text{ m} \pm 2\text{m}$ ($\alpha=1/298.257223563$)
- La constante gravitacional, incluyendo la masa atmosférica es $\mu = GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \pm 0.6 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$.
- La velocidad de rotación es $\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s} \pm 0.15 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s}$.
- Coeficiente armónico zonal de segundo grado del geopotencial $\bar{C}_{2,0} = -48416685 \cdot 10^{-11} \pm 1.3 \cdot 10^9$.

Si no se incluye la atmósfera los valores de la constante gravitacional y de la velocidad de rotación serían:

$$\mu' = GM' = 3986001.5 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \text{ y } \omega' = 7292115.8553 \cdot 10^{-11} + 4.3 \cdot 10^{-15} \text{ Tu rad/s.}$$

Siendo Tu las centurias julianas a partir de J2000.

A este sistema se refieren todas las observaciones GPS, habiéndose definido a partir de diferentes mediciones geodésicas: gravitatorias, de la desviación de la vertical, satélites TRANSIT(Observaciones Doppler), observaciones VLBI, observaciones láser a satélites,...

BIBLIOGRAFÍA.

- ARAGO F. 1854. Astronomía Popular. París.
- DE LA CONDAMINE C.M. Viaje a la América Meridional. Buenos Aires.
- DE LAMBRE J.B. 1912. Grandeur et Figure de la Terre. París.
- HEATH T. 1991. Greek Astronomy. New York.
- LACOMBE H., COSTABEL P. 1988. La figure de la Terre du XVIII siècle à l'ère spatiale. París.
- LA FUENTE A., MAZUECOS A. 1987. Los Caballeros del Punto Fijo. Ciencia, política y aventura en la expedición geodésica hispano francés al virreinato del Perú en el siglo XVIII. C.S.I.C.
- LASALLE T. Cartographie, 1990. 4000 ans d'aventures et de passion. París.
- LEVALLOIS J.J. 1988. Mesurer la Terre. París.
- MIFSUT Y MACON, A. 1905. Geodesia y Cartografía. Madrid.
- PELLETIER M. 1990. La Carte de Cassini. París.
- PERRIER G. 1939. Petite Histoire de la géodésie, comment l'homme a mesuré et pesé la Terre. París.
- PAINCARE H. 1946. Ciencia y método. Buenos Aires.
- RUIZ BUSTOS M., RUIZ MORALES M. 1997. El devenir de la Geodesia entre Pitágoras y la era espacial. Granada.
- SEEBERG G. 1993. Satellite Geodesy foundations, methods and applications. Berlin.

PRINCIPALES ELIPSOIDES DE REVOLUCIÓN APARECIDOS DESDE 1900

Autor.	Año	Semieje mayor (kms)	$I/\alpha = a/(a-b)$
HAYFORD	1906	6378,28	297,80
HELMERT	1907	6378,20	298,3
HAYFORD	1909	6378,38	297,0
HAYFORD	1910	6378,06	298,2
HELMERT	1915	6378,19	296,7
HEISKANEN	1926	6378,39	297,0
HEISKANEN	1929	6378,40	298,2
KRASOVSKY	1936	6378,21	298,6
KRASOVSKY	1940	6378,24	298,3
JEFFREYS	1948	6378,09	297,10
LODERSTEGE	1951	6378,29	297
A.M.S.	1956	6378,27	297,0
HOUGH	1959	6378,27	297
OXFORD	1959	6378,20	297,65
WGS.	1960	6378,16	298,3
FISCHER	1960	6378,15	298,3
KAULA	1961	6378,16	298,24
KAULA	1964	6378,16	298,25
VEIS	1964	6378,16	298,25
U.A.I.	1965	6378,16	298,25
U.G.G.I.	1967	6378,16	298,24
U.A.I.	1968	6378,16	298,24
FISCHER	1968	6378,15	298,3
W.G.S.	1972	6378,13	298,26
U.G.G.I.	1975	6378,14	298,25
U.G.G.I.	1979	6378,14	298,25
LERCH	1979	6378,13	298,25
U.G.G.I.	1980	6378,13	298,25
W.G.S.	1984	6378,13	298,25
ENGELIS	1985	6378,13	298,25
I.E.R.S.	1989	6378,13	298,25

A.M.S.	Army Map Service de los EE.UU.
U.A.I.	Unión Astronómica Internacional
U.G.G.I.	Unión Geodésica y Geofísica Internacional
W.G.S.	Sistema Geodésico Mundial
I.E.R.S.	International Earth Rotation Service