Museu de Topografia Prof. Laureano Ibrahim Chaffe
Departamento de Geodésia – IG/UFRGS

EIPSÓIDE DE REFERÊNCIA

Iran Carlos Stalliviere Corrêa – Departamento de Geodésia-UFRGS **maio/2009**

Em geodésia, um **elipsóide de referência** é uma superfície matematicamente definida que se aproxima do geóide, a verdadeira forma da Terra ou qualquer outro corpo planetário. Devido à sua relativa simplicidade, os elipsóides de referência são usados como uma superfície preferida na qual são efetuados os cálculos da rede geodésica e são definidas as coordenadas de pontos tais como latitude, longitude e elevação.

Propriedades do Elipsóide

Matematicamente, o elipsóide de referência é um esferóide achatado com dois eixos diferentes: um raio equatorial (o semi-eixo maior a), e o raio polar (o semi-eixo menor b). Mais raramente, é usado o elipsóide escaleno com três eixos (triaxial - a_x, a_y, b), normalmente usado para modelar corpos não-terra. O eixo polar aqui é o mesmo do eixo de rotação, e não o pólo magnético ou orbital. O centro geométrico do elipsóide é colocado no centro de massa do corpo a ser modelado, e não o baricentro de um sistema de múltiplos corpos.

Ao se trabalhar com geometria elíptica são usados geralmente vários parâmetros, sendo todos funções trigonométricas da excentricidade angular de uma elipse ς:

$$\varsigma = \arccos\left(\frac{b}{a}\right) = 2arctag\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\right);$$

Devido às forças de rotação, o raio equatorial é normalmente maior que o raio polar. Esta elipticidade (ou *achatamento*, f, determina o quanto está próximo o esferóide achatado da esfera verdadeira, sendo definido por:

$$f = ver(\varsigma) = 2sen\left(\frac{\varsigma}{2}\right)^2 = 1 - \cos(\varsigma) = \frac{a-b}{a}$$

que está relacionada com a excentricidade matemática, e de uma elipse seccionada por:

$$e^2 = f(2-f) = sen(\varsigma)^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Para a Terra, f está próxima de 1/300, e está a diminuir ao longo das escalas de tempo geológicas. Em comparação, a Lua é praticamente esférica com um achatamento 0, enquanto que Júpiter tem um achatamento visível de cerca de 1/15.

Tradicionalmente define-se um ***elipsóide de referência*** para especificar o raio do semi-eixo equatorial a(normalmente em metros) e a relação do inverso do achatamento $1/f$. O raio do semi-eixo polar é então facilmente calculado.

Coordenadas

O principal uso dos ***elipsóides de referência*** é servir de base para um sistema de coordenadas de latitude (norte/sul), longitude (este/oeste) e elevação (altura). Por este motivo é necessário identificar o meridiano *zero*, que para a Terra é normalmente o primeiro meridiano. É possível que diferentes sistemas de coordenadas sejam definidos sobre o mesmo **elipsóide de referência**.

A longitude é medida pelo ângulo de rotação entre o meridiano zero e o ponto medido. Por convenção na Terra, Lua e Sol são expressas em graus, variando de -180º até +180º. Para outros corpos é utilizado o intervalo de 0 a 360º.

A latitude é medida pelo quanto se está próximo do pólo ou equador ao longo de um meridiano, e é representado por um ângulo de -90º até +90º, onde 0º é o equador. A *latitude geográfica* é o ângulo entre o plano equatorial e a linha que é a normal ao **elipsóide de referência**. Dependento do achatamento, pode ser ligeiramente diferente da *latitude geocêntrica*, que é o ângulo entre o plano equatorial e a linha que passa no centro do elipsóide. Para corpos não-Terra são utilizados de preferência os termos *planetográfico* e *planetocêntrico*.

As coordenadas de um ponto geodésico costumam ser denominadas como *latitude geodésica* e *longitude*, i.e., a direcção no espaço da normal geodésica contendo o ponto, e a altura *h* do ponto sobre o **elipsóide de referência**. Se estas coordenadas, i.e.,forem dadas a latitude ϕ, longitude λ e altura *h*, pode-se calcular as *coordenadas rectangulares geocêntricas* do ponto da seguinte forma:

$$x = (N + h)\cos\phi\cos\lambda$$

$$y = (N + h)\cos\phi sen\lambda$$

$$z = (N(1 - e^2) + h)sen\phi$$

onde:

$$N = N(\phi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 sen^2\phi}}$$

é o chamado *raio da curvatura na primeira vertical.*

A *curvatura de raio do meridiano* de um elipsóide é dado pela seguinte fórmula:

$$M(\phi) = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 sen^2\phi)^{3/2}}$$

Estas formulas têm a sua forma inversa, apesar de se envolver a álgebra. Pode-se mostrar que:

$$\lambda = arctag\,\frac{y}{x}$$

$$\phi = arctag\,\frac{z + e'^2 bsen^3\phi}{p - e^2 a\cos^3\phi}$$

$$h = \frac{p}{\cos\phi} - N$$

onde p, e'^2 e θ são definidas por:

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\theta = arctag\,\frac{az}{bp}$$

Devido à complexidade destas expressões, a inversão é normalmente alcançada através de um processo iterativo conhecido como método de Bowring.

Elipsóides de Referência comuns da Terra

Atualmente o **elipsóides de referência** mais usado, e que é usados num contexto de Sistema de Posicionamento Global é o WGS84.

Os elipsóides de referência tradicionais ou data (plural do latim *datum*) estão definidos regionalmente, e desse modo não são geocêntricos, como por exêmplo o ED50. Os *data* geodésicos modernos são establecidos com ajuda do GPS e assim são geocêntricos, como por exêmplo o WGS84.

A seguinte tabela mostra os elipsóides mais comuns:

Nome	**Eixo Equatorial a(m)**	**Eixo Polar b(m)**	**Inversa do Achatamento, 1/f**
Delambre, Frankr.1810	6.376.985,000		308,6465
Schmidt, 1828	6.376.804,370		302,02
G.B. Airy 1830	6.377.563,400	6.356.256,910	299,3249646
Airy 1830 modificada	6.377.340,189	6.356.034,447	299,3249514
Everest (Índia) 1830	6.377.276,345		300,8017
Bessel 1841	6.377.397,155	6.356.078,965	299,1528128
Clarke 1880 /IGN	6.378.249,150		293,465 (466)
Helmert 1906	6.378.200,000	(próxima do GRS80!)	298,3
Australian Nat.	6.378.160,000		298,25
Modif. Fischer 1960	6.378.155,000	(Astro/ Mercury)	298,3
Clarke 1866	6.378.206,400	6.356.583,800	294,9786982
Internacional 1924	6.378.388,000	6.356.911,900	297,0
GRS 1980	6.378.137,000	6.356.752,3141	298,257222101
WGS 1984	6.378.137,000	6.356.752,3142	298,257223563
Esfera (6371 km)	6.371.000,000	6.371.000,000	0