

O sistema indo-arábico de numeração

Texto original: **Miriam Gongora e Ulysses Sodré**

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/numeros/numeros.htm>

Ampliação e ilustração: **Iran Carlos Stalliviere Corrêa-IG/UFRGS**

O Sistema de numeração Indo-Arábico

O sistema de numeração surgiu na Ásia, há muitos séculos no Vale do rio Indo, onde hoje é o Paquistão.



Vale do rio Indo

O primeiro número inventado foi o **1** (um) o qual significava o homem e sua unicidade, o segundo número foi o **2** (dois), o qual significava a mulher da família, a dualidade e o número **3** (três) significava muitos, multidão. A curiosidade sobre os nomes do número **3**, não deve ter ocorrido por acaso.

Inglês	Francês	Latim	Grego	Italiano	Espanhol
three	trois	tres	treis	tre	tres

Sueco	Alemão	Russo	Polonês	Hindu	Português
tre	drei	tri	trzy	tri	três

Notas históricas sobre a atual notação posicional

Foi no Norte da Índia, por volta do século V da era cristã, que nasceu o **mais antigo sistema** de notação próximo do atual, o que é comprovado por vários documentos, além de ser citado por árabes (a quem esta descoberta foi atribuída por muitos anos).



Região Norte da Índia

Antes de produzir tal sistema, os habitantes da Índia setentrional usaram, por muito tempo, uma numeração rudimentar que aparece em muitas inscrições do século III a.C.

HINDU 300 a.C.	-	=	≡	♀	♂	6	7	5	?	
HINDU 500 d.C.	7	7	3	8	4	(7	^	9	0
ÁRABE 900 d.C.	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C.	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ITALIANO 1400 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

As principais mudanças ocorridas nos símbolos indo-arábicos, ao longo do tempo

Esta numeração tinha uma característica do sistema moderno. Seus nove primeiros algarismos eram sinais independentes:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

o que significava que um número como o **5** não era entendido como **5 unidades** mas como um símbolo independente.

Por muito tempo, estes algarismos foram denominados **algarismos arábicos**, de uma forma **errada**.

Ainda existia nesta época a **dificuldade posicional** e os hindus passaram a usar a notação por extenso para os números, pois não podiam exprimir grandes números por algarismos.

Sem saber, estavam criando a **notação posicional** e também o **zero**.

Cada algarismo tinha um nome:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
eka	dvi	tri	catur	pañca	sat	sapta	asta	nava

Quando foi criada, pelos hindus, a base 10, cada dezena, cada centena e cada milhar, recebeu um nome individual:

10	= dasa
100	= sata
1.000	= sahasra
10.000	= ayuta
100.000	= laksa
1.000.000	= prayuta
10.000.000	= koti
100.000.000	= vyarbuda
1.000.000.000	= padma

Ao invés de fazer como hoje, de acordo com as potências decrescentes de 10, os hindus escreviam os números em ordem crescente das potências de 10 por volta do século IV d.C. Eles começavam pelas unidades, depois pelas dezenas, pelas centenas e assim por diante. O número 3.709 ficava:

9	700	3000
nove	setecentos	três mil
nava	sapta sata	tri sahasra

Poderíamos escrever o número **12.345** como

pañca caturdasa trisata dvisahasra ayuta

pois, $12.345 = 5 + 40 + 300 + 2.000 + 10.000$, logo:

5 = pañca

40 = catur dasa

300 = tri sata

2.000 = dvi sahasra

10.000 = ayuta

pañca caturdasa trisata dvisahasra ayuta

Esta já era uma forma especial.

Em virtude da grande repetição que ocorria com as potências de 10, por volta do século V d.C., os matemáticos e astrônomos hindus resolveram abreviar a notação retirando os múltiplos de 10 que apareciam nos números grandes, assim o número **12.345** que era escrito como:

pañca caturdasa trisata dvisahasra ayuta

passou a ser escrito apenas:

54321 = pañca catur tri dvi dasa

$12345 = 5 + 4 \times 10 + 3 \times 100 + 2 \times 1000 + 1 \times 10000$

e esta se transformou em uma notação falada e escrita posicional excelente para a época, mas começaram a acontecer alguns problemas como escrever os números **321** e **301**.

$321 = 1 + 2 \times 10 + 3 \times 100$

321 = dasa dvi tri

$301 = 1 + 3 \times 100$

301 = dasa tri

É lógico que este último número não poderia ser o 31, pois:

$$31 = 1 + 3 \times 10$$

31 = dasa tri

No número 301 **faltava algo para representar as dezenas.**

Para construir este material, usamos algumas partes do excelente livro: "Os números: A história de uma grande invenção", Georges Ifrah, Editora Globo, 3ª.edição, 1985, com a permissão da Editora.

Notas históricas sobre a criação do zero

Tendo em vista o problema na construção dos números como 31 e 301, os hindus criaram um símbolo para representar algo **vazio** (*ausência de tudo*) que foi denominado **sunya** (*a letra s tem um acento agudo e a letra u tem um traço horizontal sobre ela*).

Dessa forma foi resolvido o problema da ausência de um algarismo para representar as dezenas no número 301 e assim passaram a escrever:

$$301 = 1 + ? \times 10 + 3 \times 100$$

301 = dasa sunya tri

Os hindus tinham acabado de descobrir o zero.

Porém, estas notações só serviam para as palavras e não para os números, mas reunindo essas idéias apareceram juntos o **zero** bem como o **atual sistema de notação posicional**.

Um dos primeiros locais onde aparece a notação posicional é um tratado de cosmologia denominado: **Lokavibhaga**, publicado na data de 25 de agosto de 458 do calendário Juliano, por um movimento religioso hindú para enaltecer as suas próprias qualidades científicas e religiosas. Neste texto, aparece o número **14.236.713** escrito claramente:

triny	ekam	sapta	sat	trini	dve	catvary	ekakam
três	um	sete	seis	três	dois	quatro	um

Escrever tais números na ordem invertida fornece:

um	quatro	dois	três	seis	sete	um	três
1	4	2	3	6	7	1	3

Números como **123.000** eram escritos como:

sunya sunya sunya tri dvi dasa

que significa:

zero zero zero três dois um

que escrito na ordem invertida fornece:

um dois três zero zero zero

No texto existe a palavra hindú **sthanakramad** que significa "**por ordem de posição**".

Observamos que tal **notação posicional** já era então conhecida no quinto século de nossa era por uma grande quantidade de cientistas e matemáticos.

Para escrever este material, usamos alguns tópicos do excelente livro: "Os números: A história de uma grande invenção", Georges Ifrah, Editora Globo, 3ª.edição, 1985.

Notação Posicional

O sistema de numeração posicional indiano surgiu por volta do século V. Este princípio de **numeração posicional** já aparecia nos sistemas dos egípcios e chineses.

No sistema de **numeração indiana** não posicional que aparece no século I não existia a necessidade do número zero.

Notação (ou valor) **posicional** é quando representamos um número no sistema de numeração decimal, sendo que cada algarismo tem um determinado valor, de acordo com a posição relativa que ele ocupa na representação do numeral.

Mudando a posição de um algarismo, estaremos alterando o valor do número. Por exemplo, tomemos o número **12**. Mudando as posições dos algarismos teremos **21**.

$$\begin{aligned}12 &= 1 \times 10 + 2 \\21 &= 2 \times 10 + 1\end{aligned}$$

O **zero** foi o último número a ser **inventado** e o seu uso matemático parece ter sido criado pelos babilônios. Os documentos mais antigos conhecidos onde aparece o número zero, não são anteriores ao século III a.C. Nesta época, os números continham no máximo três algarismos.

Um dos grandes problemas do homem começou a ser a representação de grandes quantidades. A solução para isto foi instituir uma base para os sistemas de numeração. Os **numerais indo-arábicos** e a maioria dos outros sistemas de numeração usam a base dez, isto porque o princípio da contagem se deu em correspondência com os dedos das mãos de um indivíduo normal.

Na base dez, cada dez unidades é representada por uma dezena, que é formada pelo número um e o número zero: **10**.

A base dez já aparecia no sistema de numeração chinês.

Os sumérios e os babilônios usavam a base **sessenta**.

Alguma vez você questionou sobre a razão pela qual há 360 graus em um círculo? Uma resposta razoável é que $360=6 \times 60$ e 60 é um dos menores números com grande quantidade de divisores, como por exemplo:

$$D(60) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 \}$$

Os indianos reuniram as diferentes características do **princípio posicional** e da **base dez** em um único sistema numérico. Este sistema decimal posicional foi assimilado e difundido pelos árabes e por isso, passou a ser conhecido como sistema indo-arábico.

Nosso sistema de numeração retrata o ábaco. Em cada posição que um número se encontra seu valor é diferente.

Hindu

०१२३४५६७

२००६

2x1000 + 6x1

O número 2006 em numeração hindu