MUSEU DE TOPOGRAFIA PROF. LAUREANO IBRAHIM CHAFFE
DEPARTAMENTO DE GEODÉSIA - UFRGS

O VALOR DE PI (π)

Texto original: **Wikipédia, a enciclopédia livre**

Março/2012

Ampliação e ilustrações: **Iran Carlos Stalliviere Corrêa-IG/UFRGS**

Um **número irracional** não é absolutamente a expressão de alguma coisa que nos foge à razão, nem significa algo que esteja fora da nossa capacidade de raciocínio. **Irracional** aí quer apenas dizer que o referido número não pode ser escrito sob a forma de uma fração como "**a/b**", onde "**a**" e "**b**" sejam **números inteiros**. Fração é o mesmo que razão, de onde vem o qualificativo irracional. E o número "π" é um deles.

Se dividirmos o **comprimento de uma circunferência** (*qualquer que ela seja*) pelo seu **diâmetro**, encontraremos sempre o mesmo quociente. Essa divisão nunca é exata, por mais que se continue. O resultado é um pouco maior que 3. Mas não chega a 3,2. Se escrevermos **3,1416** (*como é muito conhecido*), não estaremos escrevendo o número exato, porque sua parte decimal não tem apenas quatro, mas uma quantidade infinita de algarismos. Por isso, por não ser possível escrevê-lo por completo, W. Jones introduziu, em 1706, um símbolo para o mesmo: a letra grega π.

A solução prática

Embora tal notação, significando a relação entre a **circunferência** e seu **diâmetro**, só fosse adotada no século XVIII, quase todos os povos antigos procuraram obter, com maior ou menor precisão, o valor dessa relação. Isso porque sempre houve necessidade de resolver problemas geométricos. A geometria, para esses povos era sobretudo prática. Através de tentativas, eles buscavam a solução para os problemas que se apresentavam. Assim foi quando precisaram avaliar a área de um círculo, que hoje nós sabemos calcular simplesmente multiplicando por π pelo quadrado do seu raio.

Os **egípcios**, por exemplo, recomendavam esta receita para o referido cálculo: subtraia-se do comprimento do diâmetro sua nona parte e multiplica-se o resultado por si mesmo. Para eles, dessa forma, π não era irracional e equivalia à fração 256/81 ou, aproximadamente, **3,1605**.

Os **babilônicos** eram menos rebuscados: mediram a circunferência e seu diâmetro, dividiram um valor pelo outro e, numa apreciação errônea, acharam o valor redondo de **3**.

Também a **Bíblia**, conforme se lê no “Livro dos Reis”, faz menção a este valor, um pouco menor que o verdadeiro. O mesmo número aparece em escritos da **China** antiga. Já o **indiano** Brahmagupta deixou-se levar pelas aparências e julgou que o verdadeiro valor de π fosse a raiz quadrada de 10, ou seja, **3,162278**...

A solução teórica

O grego **Arquimedes** imaginou o método seguinte para calcular π: Se um **quadrado** é inscrito em um círculo, sua área é menor que a do círculo. Se o **quadrado**, porém, estiver circunscrito, sua área será maior que a do círculo.

Vamos agora dobrar o número de lados do polígono inscrito. A área do **octógono** resultante ainda será menor que a do círculo, mas a diferença entre elas diminuiu. De maneira semelhante, dobrando o número de lados do polígono circunscrito, o **octógono** terá ainda uma área maior que a do círculo, mas não muito maior.

Aumentando-se cada vez mais o número de lados dos polígonos inscrito e circunscrito, cada vez ficará menor a diferença entre suas áreas e a do círculo. As áreas dos polígonos inscritos se aproximarão continuamente da área do círculo, mantendo-se sempre menores. Da mesma forma, as áreas dos polígonos circunscritos ficarão cada vez mais próximas da área do círculo, mas permanecendo ligeiramente maiores. Portanto, o valor da **área do círculo**, que sabemos ser igual a πR^2, estará sempre compreendido entre os valores das áreas dos polígonos nele inscritos a ele circunscritos.

Se o **círculo** escolhido tiver o seu raio igual a 1, a sua área, πR^2, será igual a π. Assim, o valor de π é um número que está entre os valores das áreas dos polígonos inscrito e circunscrito para um círculo de raio igual à unidade. Se tomarmos para ele o valor da área do polígono inscrito, teremos um erro por falta; no caso do circunscrito, um erro por excesso.

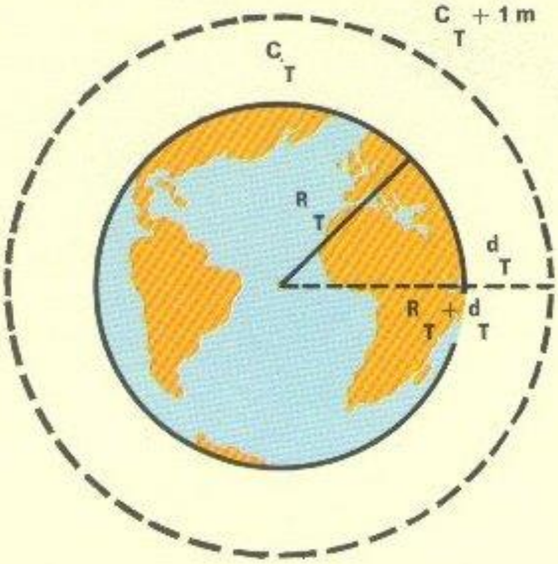
Arquimedes, calculando as áreas de polígonos de 96 lados, mostrou que π é menor que 3+10/70 e maior que 3+10/71, ou seja, está entre 3,1428 e 3,1408.

Um problema curioso

Pelo fato de ser uma **constante**, a razão entre as circunferências e seus diâmetros é responsável por questões bastante curiosas. Supondo a **Terra esférica** e passando-se um barbante bem justo ao redor da mesma, digamos, por um dos meridianos, temos uma circunferência cujo raio mede 6.378 km. Se aumentarmos esse barbante de 1 metro, haverá uma folga entre a nova circunferência e a Terra. Pergunta-se: que animal poderia passar por essa folga? Façamos a mesma coisa com uma bola de futebol, isto é, passamos um barbante bem justo ao seu redor, e depois aumentamos esse barbante também de 1 metro. Que animal poderia passar entre o barbante e a bola? Maior, menor ou o mesmo animal que no caso da Terra?

A solução do problema, à seguir, mostra que só poderia passar entre o barbante e a Terra um animal que tivesse no máximo 16 cm: nada mais alto que um pequeno gato. Estranho como pareça, a folga é a mesma, no caso da bola de futebol.

Isto significa que, se acrescentarmos aos comprimentos de quaisquer circunferências um comprimento constante "**s**", os raios sofrerão o mesmo acréscimo "**d**", sendo $\mathbf{d = s/2\pi}$.



R_T = raio da terra

C_T = comprimento da circunferência da Terra = $2\pi R_T$

d_T = distância entre o barbante e a Terra

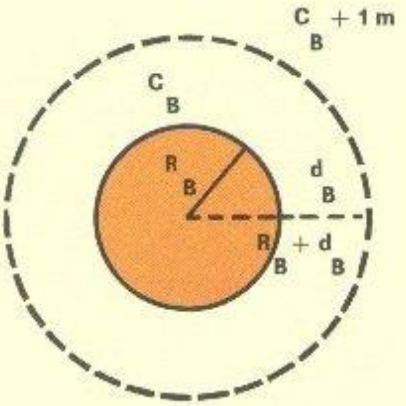
Sabemos que:

$C_T = 2\pi R_T$

$C_T + 1\ \text{m} = 2\pi (R_T + d_T)$

Resolvendo êsse sistema, encontramos:

$d_T = 0{,}16$ m ou $d_T = 16$ cm



R_B = raio da bola

C_B = comprimento da circunferência da bola = $2\pi R_B$

d_B = distância entre o barbante e a bola

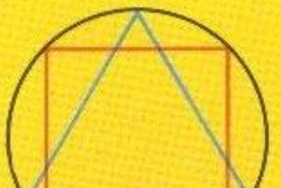
Sabemos que:

$C_B = 2\pi R_B$

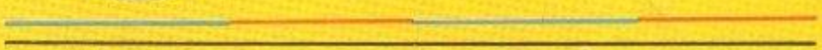
$C_B + 1\ \text{m} = 2\pi (R_B + d_B)$

Resolvendo o sistema:

$d_B = 16$ cm



UMA FELIZ COINCIDÊNCIA



Maneira muito fácil de se ter uma circunferência retificada, com boa aproximação, é tomar para ela um comprimento igual a duas vêzes a soma do lado do triângulo e do quadrado inscritos nessa circunferência. Esta construção baseia-se na feliz coincidência de que o número π vale aproximadamente a soma das raizes quadradas de 2 e de 3.

Em função do raio da circunferência, o valor do lado do quadrado inscrito é:

$L_4 = R\sqrt{2}$ ou, tomando essa raiz com duas decimais,

$L_4 = 1{,}41 \times R$

E, para o lado do triângulo:

$L_3 = R\sqrt{3}$ ou, ainda com a mesma aproximação,

$L_3 = 1{,}73 \times R$

A soma dêsses dois valôres é:

$L_4 + L_3 = (1{,}41 + 1{,}73) \times R = 3{,}14 \times R$

ou seja, o produto de π (tomado com duas decimais) pelo raio.

Ora, o comprimento da circunferência, $C = 2\pi R$, vale o dôbro dêsse produto. Basta pois traçar, um após o outro, os lados do quadrado e triângulo inscritos e dobrar o comprimento assim obtido: eis a circunferência retificada.